ILLUSTRAZIONE
DI GIOVANNI DEL TURCO
SOTTOBIBLIOTECARIO
DELL' UNIVERSITÀ DI PISA.
AI
PRINCIPJ MATTEMATICI
DI
FILOSOFIA NATURALE
D' ISACCO NEWTON.

LIVORNO M.DCC.LXV.

Per MARCO COLTELLINI)(*Con Approvazione*.

PREFAZIONE

*F*U *per mio studio unicamente e per mio piacere che in leggendo i Principj di Filosofia naturale d' Isacco Newton, io andai a luogo a luogo aggiugnendovi i lemmi troppo difficili a immaginarsi, e incatenando colle premesse le conseguenze troppo remote; talchè prima io mi trovai alquanto avanzata una Illustrazione di quella divina opera, che io mi pensassi di farla. Ma quando con un simil lavoro io mi lusingai di poter comparire al mondo in forma di mattematico, allora risolsi d' inserirvi per entro ai luoghi oppurtuni tutto ciò che di proprio intorno all' avanzamento delle scienze fisico=mattematiche mi era accaduto di pensare, come anche quello che andando innanzi mi fusse sovvenuto di nuovo. Mi elessi pertanto di pubblicare quasi per modo di saggio l' Introduzione dell' opera, nella quale introduzione i semi e i fondamenti di tutta la scienza fisica, e più particolarmente della meccanica, son contenuti; e colla quale io aveva da collegare una intiera teorìa intorno alla natura della communicazione de' moti, le prove generalizzate di alcune proprietà universali della materia, una dimostrazione geometrica rigorosa intorno all' accelerazione dei gravi, come anche quella dell'*

equi-

equilibrio, e finalmente oltre a varie altre mie conclusioni intorno a materie disputatissime, una dichiarazione, ch' io spero assai giusta, delle voci tempo, spazio, infinità, affine di bandire tutte le idee assurde prodotte dall' abuso di tali parole, e di poter parlare con precisione nel cap. delle ragioni prime e ultime, che è il fondamento di tutto il calcolo delle flussioni. Distratto da altre inevitabili occupazioni è un anno che io non ho potuto più attendere a perfezionare questo lavoro, di cui la parte che ora esce alla luce era stampata fin da quel tempo.

PRIN-

PRINCIPJ MATTEMATICI DI FILOSOFIA NATURALE

DEFINIZIONI.

I. Sotto la voce Materia s'intende una sostanza estesa, impenetrabile, mobile, e, per quanto dalle dimostrazioni di quest' Opera risulterà, grave.

II. Si conosce l'estensione della materia, perchè il mutuo contatto di due corpi tendenti ad accostarsi con qualsivoglia forza s' impedisce per l' interposizione di un terzo; e succèdendo l' effetto in qualunque modo si rivolti il corpo frapposto, è chiaro, che la materia è estesa

secondo tutte tre le dimensioni. E' bensì vero, che non si prova con ciò non poter esservi una sostanza inestesa, diffondente in sfera una forza di repulsione, per cui l'accostamento di que' due corpi rimanga interrotto: ma noi dimostreremo tra poco, che tali forze, che agiscono in distanza, cioè senza il contatto mediato o immediato del soggetto agente col paziente, non sono possibili in natura.

III. Poichè la materia è estesa, è anche dotata di tutte le proprietà, che all'estensione competono. E' dunque divisibile all' infinito, cioè, per fuggire ogni equivoco, in qualsivoglia parte di materia data si possono concepire quante si vogliono divisioni, senza che sia possibile di trovare una ragion d'arrestarsi.

IV. Dalla divisibilità della materia nasce la possibilità di fare con una particella della medesima, minore di qualsivoglia data, un corpo poroso continuo, di una grandezza di qualsivoglia data maggiore, ed i cui pori di contro sieno minori d' ogni grandezza data. Il che si fa sommando tante volte la grandezza ai pori assegnata, che superi quella, che fù data per tutto il corpo, e presa una porzione a sua voglia della particella di materia data, dividendola in altrettante parti quanti sono gli spazietti destinati pe' pori, e in essi collocate, assottigliandole e stendendole in tanta superficie, che alle pareti, le quali circoscrivono gli spazietti, s' accomodino.

V. Dunque le quantità di materia, sotto uguali grandezze di corpi contenute, possono avere tra loro qualsivoglia ragione.

VI. Tutta l'estensione che abbraccia il corpo, secondo le tre dimensioni, e che può essere un complesso di materia e di pori, dicesi Grandezza, Mole, o Volume del corpo; e la quantità della materia dicesi altrimenti Massa.

VII. La ragione della massa al volume chiamasi Densità. Così quanta più è la materia sotto un volume contenuta, et il volume minore, tanto maggiore rimasi la densità; e la quantità della materia tanta più è, quanto è più densa la medesima, e più grande il volume; e si cresce il volume aumentando la quantità della materia, e diminuendone la densità. Sia la densità $= D$, e la massa o quantità della materia $= M$, e 'l volume $= V$, avremo per la definizione della densità $D = \frac{M}{V}$; dunque sarà ancora $M = DV$, e $V = \frac{M}{D}$. Ciò posto è chiaro la seguente

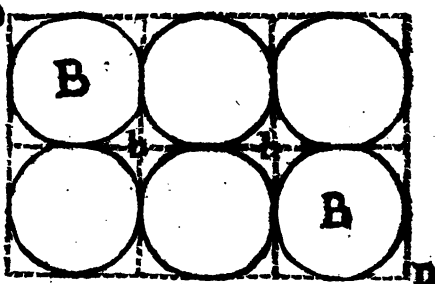
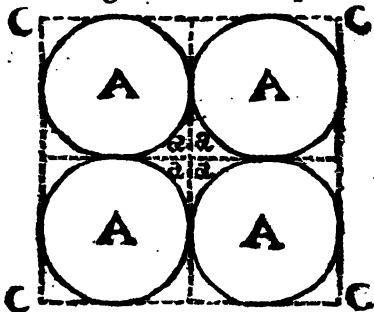
DEFINIZIONE I.

VIII. *La quantità della materia è la sua misura dedotta dalla ragion composta della densità e del volume.*

 A du-

A duplicar la densità dell' aria e lo spazio della medesima occupato se n' ha quattro volte tanta. Lo stesso accade della neve o delle polveri, che compressa o liquefatte si condensano (*a*); e così di tutti gli altri corpi, che per qualsivoglia cagione in varj modi acquistano una maggior densità (*b*); non tenendo per altro conto del mezzo, se alcun ve n' ha, che liberamente penetri per gl' interstizj delle parti. Questa quantità in seguito si rammenterà col nome di corpo o di massa (*c*). Ella si fa conoscere dal peso de' corpi, avendola io per mezzo dell' esperienze de' pendoli, fatte con tutta l' accuratezza, riscontrata al medesimo proporzionale, siccome dipoi s' insegnerà.

(*a*) *Avviene ciò delle polveri per la irregolarità e innumerabile varietà e grandezza de' corpiccioli che le compongono, onde radi sono i contatti, e grandi gl' interstizj vuoti. Attenuati questi per liquefazione negli elementi loro naturali di figure regolari, simili, e sensibilmente uguali, per*

per quanto si cresca il numero degl' interstizj, scema non ostante il vuoto totale; e così salva la stessa quantità di materia, si diminuisce il volume, che è quanto dire s' aumenta la densità (VII). *Questo è un fatto d' esperienza, che si riscontra in tutte le polveri metalliche, nelle arene che si fondono in vetro &c. Il contrario dovrebbe accadere se i componenti di quelle polveri fossero di figure regolari, simili, e uguali tra loro, e se attenuati si risolvessero in altri corpi minori, dotati di figure simili alle prime, e pertanto tuttavia uguali fra loro: la qual cosa facilmente si dimostra nel modo seguente, intendendo per altro che tali figure rappresentino solidi poliedri; imperciocchè, se fossero parallelepipedi sempre simili e uguali, non lascerebbero alcuno spazio. Siano otto globi* = A *componenti un cubo sensibile di materia* AAAA, *o vogliam dire perfettamente inscritti nel cubo* CCCC. *Intendasi circoscritto a ciascun globo* A *un cubo* Ca; *sarà lo spazio curvilineo* a *uguale all' ottava parte dell' eccesso del cubo* Ca *sopra il globo; dunque lo spazio intercetto tra gli otto globi, che è* = 8a, *sarà uguale all' eccesso del cubo sopra il globo. Risolvansi gli otto globi* = A *inscritti nel cubo* CCCC *in* 12. *globi* = B *inscritti nel parallelepipedo* DD, *ovvero com-*

po-

ponenti un parallelepipedo sensibile di materia. Parimente gl' interstizj b, b *si dimostreranno uguali all' eccesso del cubo circonscritto* Db *sopra il globo* B. *Ma i globi stanno tra loro come gli eccessi de' cubi circonscritti; dunque sarà*

$$b = \frac{2}{3} \cdot 8a, \text{ e } b + b = \frac{4}{3} \cdot 8a.$$

Se il numero de' globi s' aumenti di foggia, che la somma sia sempre inscrittibile in un cubo, cioè, se il numero dei globi cresca come i cubi de' numeri naturali 1, 2, 3, &c., *ed in figura di cubo si accomodino, la proporzione dell' aumento dello spazio vuoto in ciaschedun cubo sarà quella del numero de' globi contenuti nel cubo antecedente, diviso per quello de' globi che si contengono nel cubo, in cui si cerca. Ciò è chiaro per la semplice inspezione di queste serie.*

Numeri naturali.	1,	2,	3,	4,	5,
Numero de' globi.	1,	8,	27,	64,	125,
Numero degl' interstizj.	0,	1,	8,	27,	64,
Grandezza degl' interstizj.	0,	1,	$\frac{8}{27}$,	$\frac{8}{64}$,	$\frac{8}{125}$,
Somma dello spazio vuoto.	0,	1,	$8.\frac{8}{27}$,	$8.\frac{27}{64}$,	$8.\frac{64}{125}$,

(*b*) *Per esempio ogni misura di farina ha più materia di una simile misura di granella. Se si prenda un volume di farina uguale a un granello si troverà minor densità nel primo; ma una somma di granella e di spazj vuoti compone un tutto meno denso della farina, perchè la grandezza degli spazj dalle granella intercetti non può essere*

com-

compensata dal numero di quelli della farina. Aggiugni, che, per la mollezza de' corpicciuoli che la compongono, il proprio peso ancora concorre ad addensarla. Parimente l'acqua è più densa del diaccio, benchè nel fondersi ch' ei fa gli elementi dell' acqua, che erano a contatto, si staechino; ma perdonsi nel totale tutte le bolle che erano occupate dall' aria &c.

a) Ancora una tal verità, cioè che il peso sia sempre proporzionale alla massa, può dimostrarsi con un' altra esperienza. I corpi, che cadono sopr' alla terra, vi vanno per linee perpendicolari, e sensibilmente parallele. Ora un corpo medesimo, lasciandolo cadere più volte dalla medesima altezza, nè per rivoltarlo e fargli mostrare alla terra diverse facce, nè per cambiarlo di figura, non si può fare, che non percorra sempre lo stesso spazio in un medesimo tempo. Parimente levagli la resistenza dell' aria, come si fa nella macchina del Boile, e lascialo andar come prima, e tien conto del tempo: poi spezzalo in quante parti vorrai, e aggiugni se ti pare anche degli altri corpi di mole diversissima tra loro, e fa che tutti questi pezzi partano a un tempo dal medesimo punto, di dove prima partì il corpo intero, gli vedrai arrivare a terra del pari, e non consumarvi più tempo di quello che il corpo intero la prima volta v' aveva messo. Poichè dunque la mole, la figura, la diversità degli aspetti, e la quantità ancora della materia, non vagliono ad accelerare nè a ritardare la discesa de' gravi, è necessaria che lo sforzo con cui premono gli ostacoli o cominciano a moversi, che è ciò che intendesi colla voce peso, sia inerente a tutta quanta la materia, e per tutta la sua sostanza equabilmente distribuito, onde nasce che il peso è sempre proporzionale alla massa.

X. Posta l' estensione della materia ne segue una dimostrazion generale della solidità o incom-

pe-

penetrabilità della medesima. Dico dunque, che la materia resiste invincibilmente ad ogni e qualunque grado di compenetrazione. Quando fosse altrimenti, o non vi resisterebbe punto, o resisterebbe con un grado di resistenza dato. Non resista punto, se è possibile. Dunque un pezzo solido di materia è riducibile a un punto mattematico, privo cioè di ogni estensione; perchè, fino che vi è estensione vi sono delle parti, che possono entrare nel luogo delle adiacenti, e la compenetrazione non è perfetta. Ma è assurdo, che ciò che è esteso sia riducibile in elementi privi di ogni estensione, altrimenti l'estensione risulterebbe da una somma di soggetti non estesi, che è quanto dire che di nulla si farebbe qualche cosa; dunque è assurdo che la materia non resista punto alla compenetrazione. Resista pertanto con grado dato di resistenza. Poichè questa resistenza è un attributo della materia in quanto tale, per ciò che nella prima parte di questa dimostrazione si è fatto vedere, non vi è dunque ragion sufficiente di una disuguale distribuzion del medesimo, ma a tutta quanta la materia compete nello stesso modo, et è per tutta la sua sostanza ugualmente diffuso. Ciò posto ne segue che, se sia un volume di materia perfettamente denso, ovvero anche ugualmente denso per tutta la sua estensione, e questa materia opponga una resistenza data a una forza che incominci a farla den-

tro un minor volume compenetrarsi, la sua resistenza cresce a misura che va la compenetrazione perfezionandosi, o sia in ragione inversa del volume, nel quale la materia è contenuta. Così dico che la materia compenetrata nella metà del primiero volume resiste a una ulteriore compenetrazione con resistenza doppia di quella, che al primo sforzo della compenetrante forza opponeva. Imperciocchè ridotto il volume alla metà, salva la quantità della materia, si ha sotto uguale spazio doppia materia, dunque per fare una compenetrazione di ugual misura a quella fatta in principio doppia è la resistenza da superarsi. Si chiami V un volume di materia perfettamente denso, ed una causa qualsivoglia scemi continuamente quella materia con tal proporzione, che prendendo l' unità per tutta la massa alla fine de' tempi.

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}$$ &c. le ſottrazioni

poſſano eſprimerſi per queſti numeri

$$\frac{1}{4},\ \frac{9}{16},\ \frac{49}{64},\ \frac{225}{256},\ \frac{961}{1024},\ \frac{3969}{4096}\ \text{\&c.}$$

talchè le ſottrazioni ne' reſpettivi tempi $\frac{1}{2}$,

$\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ &c. fatte ſaranno

$$\frac{1}{4},\ \frac{5}{16},\ \frac{13}{64},\ \frac{29}{256},\ \frac{61}{1024},\ \frac{125}{4096}\ \text{\&c. ovvero}$$

$$\frac{1024,\ 1280,\ 832,\ 464,\ 244,\ 125\ \text{\&c.}}{4096}$$

Tutta queſta ſerie, incominciando dal ſecondo termine, è di tal natura, che la ragione degli antecedenti a' conſeguenti va ſempre decreſcendo;

quindi è che ſe ſi faccia $\frac{244-125}{4096} : \frac{244}{4096} =$

$\frac{244}{4096} : \frac{244 \cdot 244}{4096 \cdot 119}$, il prodotto $= \frac{49536}{487424}$

ſa-

farà minore della somma di tutta la serie presa dal termine 244 in giù. Riducansi al medesimo divisore 487424 anche i primi quattro termini, e aggiunti questi al prodotto di sopra enunciato avremo la somma di tutta quanta la serie minore di $\frac{477936}{487424}$, che è il totale delle sottrazioni fatte alla fine del tempo 1, o sia di tutti i tempi $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{64}$ &c. Dunque alla fine del tempo 1 rimane ancora nel volume una quantità di materia maggiore di $\frac{9488}{487424}$. Inoltre sia F una forza d'intensità data, la quale vada successivamente con la proporzione de' tempi aumentandosi, di modo che alla fine di tutti i tempi, o, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ &c. sia esprimibile per questi numeri 1, $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{15}{8}$, $\frac{31}{16}$, $\frac{65}{32}$, $\frac{127}{64}$ &c.

Dico che, se la Forza F è quella, che per l' ipotesi ha valore d' incominciare la compenetrazione del volume V, alla fine del tempo 1 codesta forza crescente avrà ridotto $\frac{9488}{487424}$ della materia in V contenuta a perfetta compenetrazione. Abbiamo detto alla fine de' tempi $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ &c. mancare alla massa le respettive quantità $\frac{1}{4}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{49}{64}$ &c. vi è dunque di materia dentro il volume alla fine de' medesimi tempi

$\frac{3}{4}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{15}{64}$, $\frac{31}{256}$, $\frac{63}{1024}$, $\frac{127}{4096}$, &c.

Perchè la resistenza in principio è proporzionale alla massa, dicasi $=1$; di modo che la resistenza di tutta la materia compenetrata in $\frac{1}{2}$V sarà $=2$; e facendosi $1:\frac{3}{4}=2:\frac{3.2}{4}$, si troverà la resistenza di $\frac{3}{4}$ di materia compenetrata in $\frac{1}{2}$ V essere $=\frac{3}{2}$. Parimente la resisten-

za

za di $\frac{3}{4}$ di materia compenetrata in $\frac{1}{4}$ V è $= 3$, e facendosi $\frac{3}{4} : \frac{7}{16} = 3 : \frac{7 \cdot 3 \cdot 4}{16 \cdot 3}$, si trova la resistenza di $\frac{7}{16}$ di materia compenetrata in $\frac{1}{4}$ V essere $= \frac{7}{4}$. Nel medesimo modo si dimostra $= \frac{15}{8}$ la resistenza di $\frac{15}{64}$ di materia compenetrata in $\frac{1}{8}$ V, e $= \frac{31}{16}$ quella di $\frac{31}{156}$ compenetrati in $\frac{1}{16}$ V, e $= \frac{63}{32}$ quella di $\frac{63}{1024}$ compenetrati in $\frac{1}{32}$ V, e $= \frac{127}{64}$ quella di $\frac{127}{4096}$ compenetrati in $\frac{1}{64}$ V ec. Per la qual cosa dico che alla fine de' respettivi tempi $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ &c. la forza F crescente averà collo stesso ordine compito le sopra esposte compenetrazioni. Altrimenti alla fine per esempio del tempo $\frac{1}{2}$ abbia compenetrato $\frac{3}{4}$ di materia in un volume maggiore o minore di $\frac{1}{2}$ V. Alla fine del tempo $\frac{1}{2}$ non v'è in tutto il volume altra materia che $\frac{3}{4}$, e per conseguenza

la

la resistenza alla compenetrazione in un volume maggiore o minore di $\frac{1}{2}$ V è minore di $\frac{3}{2}$; ma nel tempo stesso la forza si fa $=\frac{3}{2}$; cresce dunque la forza con proporzione maggiore della resistenza. Dunque l' effetto non è alla sua causa proporzionale. Nello stesso modo se $\frac{3}{4}$ di materia sono dalla forza F nel tempo $\frac{1}{2}$ in un volume minore di $\frac{1}{2}$ V compenetrati la resistenza alla compenetrazione è maggiore della forza che si suppone averla cagionata. Dunque è necessario che la forza F alla fine de' respettivi tempi $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ &c. abbia compenetrato $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ &c. del volume. Dunque per la natura delle serie alla fine del tempo 1 la compenetrazione dell' intero volume sarà compita. Ma alla fine del medesimo tempo ancora v' è nel volume $\frac{9488}{487424}$ della sua materia, sarà pertanto questa quantità in quel momento a perfetta compenetrazione condotta. E perchè la forza F, che l' ha fatta in quel medesimo tempo 1, è diventata $=2$; dunque con una forza finita in un tempo finito una quantità di materia da-

data si sarà compenetrata perfettamente: il che per la prima parte di questa dimostrazione essendo assurdo, non è possibile che la materia resista alla compenetrazione con resistenza data; ma vi resiste come già si è dimostrato; è dunque insuperabile una tal resistenza; cioè qualunque compenetrazione della materia è impossibile.

X. Moto è una voce generale, che significa l' atto di un corpo, che muta continuamente di luogo, ovvero in altri termini che percorre lo spazio.

XI. Velocità, o sia celerità è quella che individua il grado del moto, ovvero l' attuale attitudine del corpo a percorrere un dato spazio in un tempo dato; talchè in tempi uguali le velocità sono come gli spazj, e posti uguali gli spazj in ragione inversa de' tempi. Quindi è che se un corpo si muova con velocità costante, ne nascono le seguenti espressioni.

$$V=\frac{S}{T},\ S=VT,\ T=\frac{S}{V}.$$

XII. I corpi non si muovono sempre; dunque il moto non è una proprietà essenziale de' medesimi. Dunque quando un corpo si muove vi è una causa particolare di questo effetto, a cui dev' essere proporzionale. Chiamo una tal causa sollecitazione al moto, voce usata da' Leibnitziani in un senso da questo non

mol-

molto lontano; e l'intensità sua è proporzionale alla velocità.

XIII. Dico che la sollecitazione non è una sostanza divisa dal corpo che si muove, ma un attributo accidentale inerente al medesimo corpo. Sia, se è possibile, una sostanza, e due masse uguali si muovano con uguali velocità, e per direzioni contrarie, et opposte, e s'incontrino. L'esperienza mostra che in tal caso i due corpi si fermano al contatto l'uno dell'altro, e la ragion persuade, che, poichè le due sollecitazioni sono uguali, e l'effetto di ciascheduna dovrebbe essere di vincere la contraria, e cacciar di luogo il corpo opposto, non v'è ragion sufficiente, perchè dall' una parte o dall'altra preponderi la vittoria. Ma le sollecitazioni per ipotesi sono sostanze, e niuna sostanza può per virtù naturale annullarsi; sussistono pertanto anche cessato il moto de' corpi, e sussiste l'effetto loro, che è la contraria et uguale pressione di un corpo contro dell' altro, pronta a cangiarsi in ciascheduno de' corpi in moto attuale, appena che l'ostacolo dell'opposto venga rimosso. Sia fatto; dunque rimosso uno de' due corpi, dovrà la sollecitazione dell' altro continuare a muoverlo liberamente, siccome prima dell' incontro faceva. Ma in fatti così non succede, e non v'è ragion sufficiente per credere che la sollecitazione di un corpo dopo l'incontro sia passata tutta nell'altro, talchè

in

in uno per difetto di sollecitazione, e per l' opposizione delle due contrarie sollecitazioni nell' altro il moto sia cessato in perpetuo; dunque nell' incontro de' due corpi insieme col moto fu distrutta anche la sollecitazione, et ella non è pertanto una sostanza distinta dal corpo che si muove, ma un attributo al medesimo inerente, non essenziale, perchè nemmeno potrebbe esser distrutta, ma puramente accidentale.

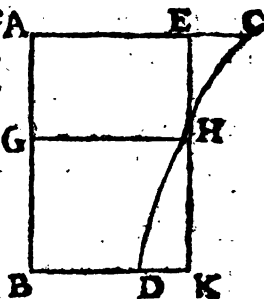
Osservo per evitare qualunque difficoltà, che si volesse dalla natura, o dal paragone di altri supposti accidentali attributi del corpo dedurre, che rigorosamente parlando nessun' altro attributo è accidentale alla materia che quello di luogo; e così il moto, che è la successiva mutazione del luogo (X), e la sollecitazione (XII) al moto. Mutando al corpo la figura o 'l volume non si fa che mutare il luogo alle parti della materia che lo compongono. Il colore, il sapore &c. non hanno altro di reale nel corpo che la figura.

DEFINIZIONE II.

XIV. *La quantità del moto è quella misura che se ne desume dalla ragion composta della velocità, e della quantità della materia.*

Il moto del tutto è la somma de' moti di tutte le sue parti; e perciò in un corpo doppio di un altro è doppio quando le velocità sono uguali, e raddoppiando anche la velocità è quadruplo.

XV. Movendosi il corpo, o si muove tutto col medesimo grado di velocità, o la velocità è diversa ne' diversi punti, che si possono nel corpo stesso assegnare. E' chiaro per la natura della sollecitazione (XII), ch' ella è nel primo caso ugualmente diffusa per tutta la sostanza del corpo, e nel secondo non è la stessa da per tutto, ma corrisponde proporzionalmente alle velocità. Dunque nel primo caso, moltiplicando la sollecitazion per la massa, si avrà la quantità della sollecitazione nel corpo; e nel secondo tra i varj gradi di sollecitazione uno ve n' ha d' intensità tale, che molti-

tiplicato parimente per la maſſa uguaglia in quantità il totale della ſollecitazione diſugualmente per tutta la ſoſtanza del corpo diſtribuita. Imperciocchè ſe ſi eſprima la maſſa per una linea qualſivoglia AB, e lo ſpazio ACDB rappreſenti la ſollecitazione diſugualmente per la maſſa diffuſa, talchè le ordinate AC, GH, BD &c. alla curva CD corriſpondano in proporzione all' intenſità della ſollecitazione ne' varj punti del corpo A, G, B &c. è certo che tra l' infinito numero che di ſimili ordinate ſi può condurre alla curva, una ve n' ha di tal grandezza, ancorchè ſempre non poſſa geometricamente trovarſi, il di cui rettangolo nella AB uguaglia lo ſpazio ABDC. In fatti ſia il rettangolo ABK uguale al detto ſpazio; e perchè la BK è minore di AC e maggior di BD, ſi tiri la KE parallela ad AB, che ſegherà la curva CD nel punto H, e così la HG ſarà l' ordinata propoſta. Io chiamo in tutti i caſi col nome di Forza la quantità della ſollecitazione; e la forza e la quantità del moto differiſcono tra loro come la cauſa e 'l ſuo effetto (XII.), e ſono proporzionali, e hanno la ſteſſa eſpreſſione algebraica, cioè $F = Q = MV$.

XVI. Un corpo libero che paſſa dalla quiete al moto ha acquiſtato ſempre una ſollecitazione

che prima non aveva (XII.). Parimente un corpo in moto che ſi arreſta, e che, anche remoſſo ogni oſtacolo, non può progredire ulteriormente, ha perduto la ſollecitazione ch' era la cauſa della ſua velocità. Ma niuna ſoſtanza può dare a ſe nuovi attributi (XIII.) o diſtruggere quelli che ha; dunque al corpo nel primo caſo è ſtata comunicata la ſollecitazione da un altro corpo che già l' aveva; e nel ſecondo o ſi è diſtrutta la ſollecitazione per l' acquiſto di un' altra ad eſſa direttamente contraria, il quale acquiſto ſi deve eſſer fatto nel ſecondo caſo per ſimil modo che anche nel primo; ovvero la ſollecitazione tutta quanta è paſſata in un altro corpo. Pertanto è manifeſto che niuna alterazione può farſi nella quiete, o nel moto di un corpo ſenza l' azione di un altro ſopra di quello.

XVII. Dico che niuna azione ſi dà di un corpo ſopra di un altro ſenza il contatto dell' agente col paziente mediato o immediato. Un corpo diceſi agire ſopra di un altro tutte le volte che il primo è la cauſa perchè nel ſecondo ſorga una ſollecitazione al moto che prima non aveva (*ant.*). Laonde, perchè ogni cauſa dev' eſſere omogenea e proporzionale all' effetto, e perchè neſſuno dà di quello che non ha, è chiaro che non è poſſibile l' azione di un corpo ſopra di un altro ſenza che nell' agente ſiavi ſollecitazione al moto; e la ſollecitazione, che dopo l' azione trovaſi nel paziente, dall'

agen-

agente gli è provenuta; e tanta a questo se n' è sottratta, quanta se n' è a quello comunicata. Dunque, poichè la sollecitazione è un attributo del corpo in cui è (XIII.), in ogni azione si dà una comunicazione reale di un attributo d' un corpo a un altro. Agisca, se è possibile, un corpo sopra un altro corpo senza esser con esso a verun contatto mediato o immediato. Vi sarà dunque uno spazio tra l' agente e 'l paziente, di modo che la sollecitazione del primo per comunicarsi al secondo è necessario che percorra un tale spazio, cioè che l' attributo esista un tempo senza soggetto, il che è assurdo. Non è dunque possibile l' azione di un corpo sopra di un altro senza il contatto dell' agente col paziente mediato o immediato.

Come la verità del discorso (II) intorno all' estensione della materia è appoggiata a questo teorema, è da avvertire che tutto quello che intorno alla natura del moto abbiamo ragionato (X) non dipende dalle cose negli articoli precedenti fermate.

DEFINIZIONE III.

XVIII. *Forza insita (a) della materia dicesi quella potenza di resistere, in virtù della quale ogni corpo in quanto a se per-*

perſevera nello ſtato, in cui è, di quiete, o di moto uniforme per linea retta.

Queſta è ſempre proporzionale al ſuo corpo (*b*), e non differiſce dall' inerzia della maſſa, che nel modo di concepirla. In virtù dell' inerzia della materia accade che vi voglia neceſſariamente un qualche sforzo per rimuovere qual ſi voglia corpo dal ſuo ſtato o di quiete o di moto. Onde anche la forza inſita potrebbe dirſi con eſpreſſione giuſtiſſima forza d' inerzia. Il corpo la eſercita ſolamente nelle mutazioni di ſtato da qualche altra forza in eſſo impreſſa prodotte; e l' eſercizio di quella forza diceſi con diverſa conſiderazione e reſiſtenza e impeto: reſiſtenza in quanto il corpo per conſervare lo ſtato ſuo contraſta colla forza impreſſa; impeto in quanto il corpo medeſimo cedendo con difficoltà alla for-

forza dell' ostacolo che gli resiste, si sforza di mutare lo stato di quell' ostacolo. Comunemente la resistenza si attribuisce a chi è fermo, e l' impeto a chi si muove: ma il moto e la quiete, secondo la maniera comune di concepirli, son distinzioni puramente relative; nè sempre sono veramente in quiete le cose, che come tali si considerano comunemente (*c*).

XIX. (*a*). Il corpo non può da per se stesso senza una causa estrinseca (XVI.) attribuirsi o togliersi la sollecitazione al moto; persevera dunque in quanto a se nello stato in cui è di quiete o di moto. Non è dunque una forza attiva del corpo la forza insita, ma la privazione d' una causa sufficiente a mutargli lo stato suo.

La resistenza che un corpo comparisce fare ad un altro che sforzasi a mutargli lo stato suo di quiete, o di moto, va concepita nel modo che si dirà.

XX. Due corpi si dicono incontrarsi direttamente quando una linea che passa per il contatto è perpendicolare alle direzioni di ambedue.

XXI.

XXI. Il corpo M incontrandosi direttamente nel corpo m che o sia in quiete, o si muova per la medesima direzione di M, o per la contraria ed opposta con forza minore, dico che dopo l'urto il corpo M deve dare all'altro corpo m tanta parte della sua sollecitazione, che venga il corpo m cacciato innanzi a M, e ambedue si movano colla medesima velocità.

E primo movasi M, e la sua sollecitazione sia S, e incontri m, la cui sollecitazione sia nulla. Perchè dunque m non resiste al moto di M con forza attiva (XIX) non v'è ragione perchè la sollecitazione S rimanga dopo l'urto distrutta o diminuita. Giunto dunque M al contatto di m si sforza con tutta la sua sollecitazione di progredire: ma se l'effetto succedesse di fatto senza che a proporzione che il corpo M si avanza ancora m per la stessa linea di direzione movendosi gli facesse luogo, i corpi si compenetrerebbero; dunque dopo l'urto, ancorchè tutta intera sussista la sollecitazione S, il corpo M non si muove senza che un grado uguale di sollecitazione acquisti anche m (XII.) Deve dunque M dare tanta parte della propria sollecitazione a m (XVI), che le intensità in ambedue i corpi si facciano uguali.

II. Se M si muova con maggior velocità che m per la medesima direzione, e lo raggiunga, è chiaro che le sollecitazioni S e s dopo l'urto

to son anche intere (XIX.); e che così tuttavia rimanendo le cose, la sollecitazione S non può impiegarsi tutta in far progredire il corpo M senza che l'altro m resti compenetrato da questo. Deve dunque aggiugnersi a s tanta parte di S, che uguali si facciano in ambedue i corpi le intensità (XII).

III. I corpi M e m per direzioni contrarie et oposte incontrandosi con velocità a S e s proporzionali, e non potendo compenetrarsi, deve contemporaneamente sforzarsi la sollecitazione S di passare in m, e la s in M, e distruggersi di S tanta quantità, quanta di s ne ha il corpo m (XIII). Poi le cose sono come nel primo caso.

XXII. Nel primo e nel secondo caso la forza sia quantità della sollecitazione resta dopo l'urto la medesima che avanti l'urto, ancorchè ne'due corpi distribuita, e nel terzo caso uguaglia l'eccesso della maggiore sulla minore: altrimenti uno de' due corpi averebbe dato a se o all'altro quella sollecitazione, che prima non aveva.

Quindi nascono le seguenti formule.

I. caso. Avanti e dopo l'urto la forza totale=MS

Dopo l'urto la sollecitazione comune ad ambedue i corpi $=\frac{MS}{M+m}$

La forza del corpo $M=\frac{M^2S}{M+m}$

La forza di $m=\frac{mMS}{M+m}$

II. caſo. Avanti e dopo l'urto la forza totale $=MS+ms$

Dopo l'urto la ſollecitazione comune ad ambedue i corpi $=\frac{MS+ms}{M+m}$

La forza del corpo $M=\frac{M(MS+ms)}{M+m}$

La forza di $m=\frac{m(MS+ms)}{M+m}$

III. caſo. Dopo l'urto la forza totale $=MS-ms$

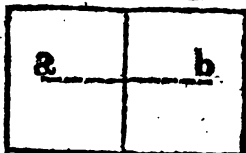
La ſollecitazione comune $=\frac{MS-ms}{M+m}$

La forza di $M=\frac{M(MS-ms)}{M+m}$

La forza di $m=\frac{m(MS-ms)}{M+m}$

XXIII. Se in queſte formule alle ſollecitazioni S, s, ſoſtituiſcanſi le velocità V, v, che ſono gli effetti loro, averemo le eſpreſſioni delle velocità, e della quantità del moto ne' tre caſi propoſti.

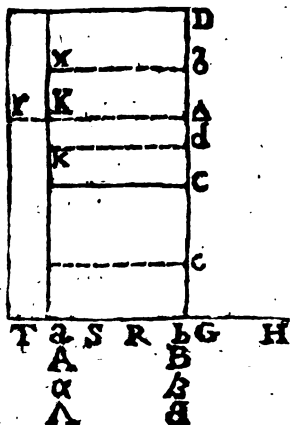
XXIV.

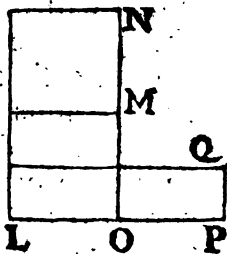
XXIV. Ogni comunicazione di moto, o di forza si fa con dispendio di tempo. Così non sia, se è possibile, e 'l corpo A, avendo urtato nel corpo B, siasi nel caso I. più semplice per tutta la sostanza di questo ugualmente diffusa la sollecitazione $\frac{MS}{M+m}$: nello stesso modo si sarà per tutta la sua sostanza

A B

a b

spogliato il corpo A della sollecitazione $\frac{mS}{M+m}$. Assegnisi in B qualsivoglia punto b fuori del contatto de' due corpi: compete dunque ad esso la sollecitazione $= \frac{MS}{M+m}$; e perchè ei l' ha acquistata per comunicazione dal corpo A vi è nel corpo medesimo A qualche punto a, a cui la stessa sollecitazione in individuo prima dell' urto appartenne; tutta, cioè quanto all' intensità sua, se M è uguale o minore di m, parte quando M sia maggiore di m. Ma perchè b è fuori del contatto, vi è distanza tra a e b; dunque quella sollecitazione medesima in individuo, che ora appartiene al punto b, essendovi passata dal punto a, senza dispendio di tempo, nell' atto del suo passaggio appartenne contemporaneamente per lo meno a tutti i punti assegnabili nella retta, che congiugne i punti a, b; il che è assurdo. Dunque ogni comunicazione di moto o di forza si fa con dispendio di tempo.

XXV. Ora dico che le forze in tempi uguali comunicate ſtanno appreſs' a poco in ragion compoſta diretta della ſollecitazione, della maſſa e della quantità del contatto, e inverſa del volume.

Rappreſentino le rette ab, AB due corpi uguali, e il rettangolo aC dimoſtri la forza di ab, e 'l rettangolo AD quella di AB, ſiccome le altezze bC, BD de' medeſimi rettangoli le reſpettive ſollecitazioni. Comunichino queſti due corpi a qualche oſtacolo le forze loro, e dalla differenza delle forze in poi, uguali ſieno tutte le altre circoſtanze. Perchè l'intenſità della ſollecitazione è la cauſa della maggiore o minor velocità del corpo, a cui è inerente (XII), non v'è ragion ſufficiente di aſſegnarne un' altra al più o meno pronto paſſaggio della medeſima ſollecitazione nell' oſtacolo; di modo che, ſe le Cc Dd ſiano le diminuzioni loro per la comunicazion delle forze fatte in tempi uguali, ſarà Cc : Dd = bC : BD; per la qual coſa anche la forza Cn, comunicata all' oſtacolo dal corpo ab ſtarà alla forza Dk nello ſteſſo tempo comunicata al ſuo oſtacolo dal corpo AB come bC a BD.

Siano

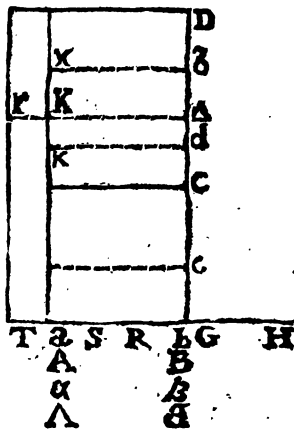
Siano due parallelepipedi LM, LN, che abbiano la base LO comune, e l'altezza OM sia minore di ON, e contengano masse uguali, e di ugual sollecitazione dotati urtino colla base LO in un' ostacolo. Perchè l' intensità della sollecitazione è uguale in ambedue i corpi LM, LN, uguale è ne' medesimi il moto della sollecitazione verso il contatto. Ora egli è anche di ragione il credere che presi quali si vogliano punti M, N ne' suddetti corpi, il passaggio da' medesimi nell' ostacolo della sollecitazione, che lor si detrae, si faccia per le rette brevissime che gli congiungono al contatto, cioè per le direzioni MO, NO. Dunque perchè i corpi perdano contro l' ostacolo tutta la forza loro, i tempi che vi consumeranno dovranno stare come le direzioni o gli spazj OM, ON, e in tempi uguali le forze da' medesimi all' ostacolo comunicate staranno in ragione inversa di quelle direzioni, o sia de' volumi LM, LN.

N M Q L O P

Siano poi i parallelepipedi LM, LQ, uguali tra loro, ne' quali cioè la base LO stia alla base LP come l' altezza PQ all' altezza OM, e di massa e di sollecitazione uguale dotati urtino colle intere superficie LO, LP in un ostacolo. Con un raziocinio simile al precedente si presumerà che la forza da LM all' ostacolo comunicata starà a quella in tempo uguale

le comunicatagli da LQ come le direzioni PQ, OM, o sia in ragion diretta de' contatti LO, LP.

Bene è vero che queste due proporzioni non in tutti i casi precisamente si avverano; ma perchè la differenza non è considerabile, e perchè in ogni caso quando il volume è maggiore caeteris paribus vi vuol più tempo per fare la comunicazion delle forze, e meno di contro ve ne vuole crescendo la quantità del contatto, perciò si possono senza grave errore assumere per vere generalmente.

Ciò posto le rette AB, $\alpha\beta$ rappresentino due corpi che abbiano ugual materia, e siano i volumi loro come aG ad aH. Ancora siano dotati di uguali sollecitazioni indicate per le rette BD, βD, sarà la forza Dk comunicata da AB all' ostacolo alla forza comunicatagli da $\alpha\beta$ nel tempo stesso come aH ad aG, e così le diminuzioni delle sollecitazioni Dd, Dδ.

Siano poi i corpi $\alpha\beta$, ΛB che tocchino l' ostacolo con tali contatti che stiano tra loro come aS ad aR, e siano uguali tutte l'altre cose come sopra, e anche i volumi. Sarà la forza Dκ alla forza DK, supposte comunicate all' ostacolo nel tempo stesso come aS ad

AR

aR, e così le diminuzioni delle sollecitazioni Dδ, DΔ.

Finalmente le rette Λg, bT rappresentino due masse dotate di sollecitazione uguale, o sia le cui forze vengano per rettangoli ΛΔ, TD significate, e siano uguali tutte l'altre cose: uguali saranno le diminuzioni della sollecitazione DΔ in tempo uguale, e le forze comunicate all'ostacolo espresse per i rettangoli DK, Dr staranno come le masse Λg, bT.

Si è dunque dimostrato stare Cn : Dk = Cb : DB ovvero Db, Dk : Dx = aH : aG, Dx : DK = aS : aR, DK : Dr = Λg ovvero ab : Tb, dalle quali proporzioni si ricava Cn : Dr = bC . aH . aS . ab : bD . aG . aR . Tb, ovvero $= \frac{bC . ab . aS}{aG}$: $\frac{bD . Tb . aR}{aH}$, cioè le forze da' corpi ab, Tb comunicate agli ostacoli in tempi uguali, supposta perfettissima la proporzione nascente dalla considerazione de' volumi e de' contatti stanno in ragion composta diretta della sollecitazione, della massa, e della quantità del contatto, e inversa del volume.

XXVI. Dunque in tempi disuguali la ragione delle forze, le quali da' corpi in moto si comunicano agli ostacoli, si compone da tutte le esposte poc'anzi e di più da quella de' tempi. Così se dicasi F la forza che il corpo M comunica all'altro corpo m (XXII), C la quantità

tità del contatto, e l'altre cose al solito, sarà $F=\frac{SMCT}{V}$; e sarà anche $T=\frac{FV}{SMC}$; cioè i tempi delle comunicazioni delle forze stanno in ragion composta diretta della forza comunicata e del volume del corpo che la comunica, e inversa della sollecitazione, della massa, e della quantità del contatto.

I. caso. La forza da M comunicata a m, che ora s'è chiamata F è $=\frac{mMS}{M+m}$ (XXII.); dunque sarà $T=\frac{FV}{SMC}=\frac{mV}{C(M+m)}$

II. caso. $F=\frac{m(MS+ms)}{M+m}$

$T=\frac{FV}{SMC}=\frac{mV(MS+ms)}{SMC(M+m)}$

III. caso. Per l'intelligenza di questo che è più composto descrivasi la seguente figura. Rappresentino le rette AB, BC le masse M, m, e i rettangoli AG, CD le forze MS, ms, e le altezze BG, BD le sollecitazioni S, s, e stiano i volumi come le rette HB, BY. Il contatto perchè comune non ha luogo in questa considerazione. Facciasi $BK=\frac{BG.BA}{BH}$

$= \frac{SM}{V}$, e $BL = \frac{BD.BC}{BY} = \frac{sm}{v}$, e come BK a BL così la sollecitazione Bo alla oD. Parimente come AB a BC così si faccia Bo a Bn, e oD ad np: sarà dunque la forza An = Co e nq a ox, e tutto il rettangolo Bq uguale alla forza ms, a quella parte cioè della forza MS, che per la comunicazion delle forze contrarie ed opposte riman distrutta. Inoltre sarà $An : ox = Bo : oD = \frac{SM}{V} : \frac{sm}{v}$, e perciò saranno passate contemporaneamente la forza An nel corpo BC, e la forza ox nel corpo AB (*ant.*), e contemporaneamente pure saranno seguite le distruzioni delle due forze contrarie, opposte, et uguali An, Co in BC; e ox, nq in AB. Pertanto nel tempo della distruzione di tali forze il corpo AB ha comunicato al corpo BC una porzione della sua forza espressa per il rettangolo An, dopo di che della forza, che gli rimane espressa per il rettangolo Gq $= MS - ms$, gliene comunica un' altra porzione $\frac{m(MS - ms)}{M + m}$ (XXII.), con cui lo muove.

Ora poichè $\frac{SM}{V} : \frac{sm}{v} = Bo : oD$, ovvero $\frac{SM}{V} + \frac{sm}{v} : \frac{SM}{V}$ come la sollecitazione s a Bo, sarà

$Bo = \frac{sSMv}{MSv + msV}$, e la forza Co ovvero $An = \frac{MSmsv}{MSv + msV}$. Dunque tutta la forza che il corpo M comunica ad m, cioè F sarà $= \frac{MSmsv}{MSv + msV} + \frac{m(MS - ms)}{M + m}$; e

$$T = \frac{FV}{SMC} = \frac{msvV}{C(MSv + msV)} + \frac{mV(MS - ms)}{SMC(M + m)}$$

XXVII. Quando da noi si vuol movere un qualchè corpo l' idea della resistenza che questo si concepisce farci, nasce dalla forza che vi s' impiega, e dal tempo che vi vuole per ottenerne l' effetto. Dunque la resistenza che il corpo M prova per movere il corpo m si desume dalla ragion composta della forza ch' ei perde in comunicandola al corpo m, e del tempo necessario perchè la comunicazion delle forze sia fatta. Pertanto sarà $R = FT$, e perciò nel

I. caso $R = \frac{m^2 MSV}{C(M + m)^2}$

II. caso $R = \frac{m^2 V(MS + ms)^2}{SMC(M + m)^2}$

III. caso $R = \frac{m^2 MSV}{C} \cdot \left(\frac{sv}{MSv + msV} + \frac{MS - ms}{MS(M + m)} \right)^2$

XXVIII.

XXVIII. Non può il corpo M in verun caso comunicare a un altro corpo che non sia $= m$ la stessa sollecitazione nel medesimo tempo che ad m ha comunicato, e sia quanta si voglia la sollecitazione che ad esso M si attribuisce. Prendasi il caso primo come più semplice, ed abbia M se è possibile comunicato a un corpo $= 2m$ nel tempo $\frac{mV}{C(M+m)}$ (XXVI.) una sollecitazione $= \frac{MS}{M+m}$ (XXII.). Perchè $M : M+2m = \frac{MS}{M+m}$: alla sollecitazione di M avanti la comunicazion della forza, sarà questa $= \frac{S(M+2m)}{M+m}$; e la forza di 2 m è $= \frac{2mMS}{M+n}$; dunque il tempo della comunicazione $= \frac{FV}{SMC}$; sarà $= \frac{2mV}{c(M+2m)}$; ma è anche per ipotesi $= \frac{mV}{C(M+m)}$; dunque sarà $\frac{2}{M+2m} = \frac{1}{M+m}$ o sia $M+2m$ doppio di $M+m$, il che è assurdo.

XXIX. (*b*) Dico che la resistenza con cui un corpo concepiscesi contrastare ad un altro che vuol moverlo, o in qual si voglia altro modo mutargli lo stato suo non è mai proporzionale alla massa di esso corpo. Facciasi, se è pos-

ſibile, che raddoppiando il corpo m la reſiſtenza ſua nel primo caſo (XXVII.) ſia $= \frac{2m^2MSV}{C(M+m)^2} = \frac{2mMS}{M+m} \cdot \frac{mV}{CM+m}$; e perchè $\frac{2mMS}{M+m}$ è la forza, con cui M muove il corpo m (XXII.) ſarà $\frac{mV}{C(M+m)}$ il tempo nel quale gliela comunica (XXVII.), uguale a quello nel quale averebbe potuto movere un altro corpo m colla forza $\frac{mMS}{M+m}$ (XXVI.); dunque in tempi uguali a due corpi diſuguali m, 2 m il corpo M comunica la ſteſſa ſollecitazione $\frac{MS}{M+m}$ il che (*ant.*) è aſſurdo. Lo ſteſſo ſi dimoſtrerà negli altri due caſi di comunicazione di forze. Dunque la reſiſtenza di un corpo ad eſſer meſſo in moto non è mai proporzionale alla maſſa: e perchè, ſe il corpo m foſſe dotato d' una forza contraria e oppoſta e uguale a quella che gli è ſtata comunicata da M, ſi fermerebbe, almeno pertanto che M della ſua rimanente glie ne comunicaſſe tanta da farlo tornare indietro con velocità uguale alla propria (XXVI. III.° caſo), e la reſiſtenza tuttavia ſecondo il modo additato di computarla ſarebbe la medeſima; dunque generalmente la reſiſtenza, con cui un corpo concepiſceſi contraſtare alle mutazioni dello ſtato

ſuo

suo di quiete, o di moto uniforme per diritto, non è alla massa del medesimo proporzionale.

Perchè la forza d'inerzia nel corpo non è una forza attiva (XIX.), *ma il difetto di una causa sufficiente a mutargli lo stato suo, e perciò non può contarsi come un attributo reale ugualmente diffuso per tutta la sua sostanza, e perchè la resistenza che noi proviamo a muovere i corpi ha secondo il nostro modo di concepirla quella misura che di sopra si è valutata, è chiaro che l'antecedente conclusione a niuna repugna delle verità fisiche già note e dimostrate.*

(c) Non solo deve dirsi che non sono sempre fermi i corpi, che come tali ci compariscono, ma può anzi con grandissima probabilità asserirsi niun corpo darsi in natura tra quei, della cui esistenza ci costa, che goda d'una quiete assoluta; perchè oltre al nostro sistema planetario, nel quale il moto del sole intorno al proprio asse, e quello di tutti i corpi celesti che insieme con tutte le appartenenze loro intorno ad esso si volgono, non lasciano luogo alla quiete vera di alcun corpo, anche le stelle ragionevolmente sospette di un moto intorno ai loro assi, e la luce che si diffonde per lo spazio e non può fermarsi, autorizzano sì fatta asserzione.

DE-

DEFINIZIONE IV.

XXX. *La forza impressa è l' azione esercitata nel corpo affine di mutargli lo stato suo di quiete, o di moto uniforme per diritto.*

Consiste questa forza nell' azione sola, ne dura dopo l' azione nel corpo; imperciocchè il corpo si mantiene in qualunque nuovo stato per la sola forza d' inerzia. Nasce poi in varj modi la forza impressa, come sarebb' a dire per la percossa, per la pressione, per la forza centripeta.

La forza impressa consiste dunque nell' azione che un corpo patisce quando un altro comunica ad esso della sua forza o quantità di sollecitazione (XVI.). Compita una tale comunicazione, o le forze rimangon distrutte, se sono uguali e per direzioni opposte, o i corpi si movono con pari velocità, uno dietro l' altro al mutuo contatto posti (XXII.); e cessa anche in questo caso la forza impressa perchè

chè non v'è più luogo a nuova comunicazione di forze, niuno de' due corpi facendo più ostacolo al moto dell'altro. S'è veduto come ha da intendersi la forza d'inerzia (XIX.), per cui il corpo si mantiene nel nuovo stato dopo la comunicazion delle forze. Si è anche veduto come la detta comunicazione nasca per la percossa o per l'urto (XXI.): resta da parlare della pressione e della forza centripeta.

XXXI. Niuno ostacolo al moto di un corpo è invincibile senza che abbia una forza contraria ed uguale per direzione opposta a quella del corpo che in esso s'incontra. Imperciocchè se le forze sono disuguali, e i corpi s'incontrino direttamente (XX.), abbiamo già dimostrato, dati due corpi, e date le proporzioni e tutti gli accidenti della sollecitazione, la forza con cui dopo l'incontro si muovono (XXII). Che se poi le direzioni del moto non sono contrarie ed opposte per diritto (XX.), ma solamente contrarie e parallele, ovvero contrarie ed oblique, non solo è un fatto di esperienza, che qualunque siano le proporzioni delle forze, si variano soltanto le direzioni e la quantità del moto (XIV.), e che ai corpi rimane sempre un qualchè grado di velocità (XI.) dopo l'urto, ma le leggi ancora di queste mutazioni devono a suo luogo dimostrarsi da noi.

XXXII. La Pressione è l'azione costante e continuamente applicata di un corpo contro di un

un altro per cacciarlo di luogo, ſenza che ne ſucceda l' effetto del moto.

XXXIII. Dunque quando un corpo preme un oſtacolo, ambedue ſono di forze contrarie ed uguali e per direzioni oppoſte dotati; altrimenti ſi moverebbero (XXXI.). Inoltre perchè le forze uguali e per direzioni contrarie ed oppoſte in un dato tempo ſi diſtruggono (XIII. XXXVI. III.° caſo), acciò l'azione ſia continua e coſtante, è neceſſario che ſi rigenerinò contemporaneamente nella medeſima proporzione. Pertanto di tal natura devono eſſere le ſollecitazioni che creſcano equabilmente con incrementi proporzionali alla intenſità loro che hanno nel momento che vengono al contatto, eſſendo a queſta proporzionali anche le ſottrazioni, che per la vicendevole comunicazione e diſtruzione delle forze loro in tempi uguali ſi fanno nel medeſimo corpo (XXV.).

Se la terra non isforzaſſe direttamente contro il ſaſſo, che poſa e preme ſulla di lei ſuperficie, poich' ella ha un moto intorno al ſole, le direzioni delle forze del ſaſſo e della terra ſarebbero aſſolutamente oblique, e la terra irrimediabilmente devierebbe (XXXI.) dalla ſua direzione.

DE-

DEFINIZIONE V.

XXXIV. *La forza centripeta è quella in virtù della quale i corpi sono tratti o spinti, o in qualunque modo tendono verso un qualchè punto, che è come centro di tutte le direzioni* (*a*).

Di questo genere è la gravità, per cui i corpi tendono al centro della Terra; la forza magnetica, per cui il ferro va alla calamita (*b*); e quella forza; qualunque siasi, per cui i Pianeti sono dal moto per linea retta continuamente svolti, e ad aggirarsi per delle curve obbligati. Un sasso rotato in una fionda si sforza per istaccarsi dalla man che lo rota, e col suo sforzo tira la fionda, e tanto più forte la tira quanto più presto si mena in giro; e appena si lascia andare ch' e' vola via. La forza contraria colla quale la fionda ritira il sasso perpetuamente verso

la mano, e lo mantiene in giro, poichè verſo la mano è diretta come contro di quel giro, la chiamo centripeta. E milita la ſteſſa ragione per tutti i corpi che vanno in volta (*c*). Si sforzano tutti per allontanarſi da' centri delle orbite, e ſenza una forza contraria che gli ratteneſſe, e ve gli obbligaſſe, ſe n' anderebbono per linea retta portati con moto uniforme. I projettili, ſe la forza di gravità veniſſe loro a mancare, non piegherebbono verſo la Terra, ma ſe n' anderebbono a diritto pe' cieli (*d*), ſe non foſſe la reſiſtenza dell' aria. Ma la gravità loro gli ſvolge dal corſo rettilineo, e gli fa piegare alla Terra, più o meno poi ſecondo la gravità medeſima, e la velocità del moto di projezione. Così, quanto più piccola a proporzione della quantità della materia ſarà la gravità, e la velocità con ch' e' ſono ſcagliati maggiore, tanto meno dal

cor-

corso rettilineo devieranno, e anderan più lontano. Se una palla di piombo, che per mezzo d'un pezzo di artiglieria dalla cima d'un monte è scagliata per linea orizzontale con data velocità, seguitasse la sua curva prima di toccar terra fino alla distanza di due miglia, questa medesima con velocità doppia anderebbe anche quasi il doppio lontano, e quasi dieci volte tanto con decupla velocità, tolta per altro la resistenza dell' aria; e crescendo la velocità si potrebbe a suo talento crescere la distanza a cui si vuol farla arrivare, e diminuire la curvità della linea ch'averebbe a descrivere, di modo che finalmente cadesse alla distanza di dieci, o di trenta, o di novanta gradi, o che anche circondasse tutta la Terra, o che per ultimo si perdesse ne' Cieli, e continuasse a allontanarsi in infinito. E nel medesimo modo con che il projettile per

forza della gravità potrebbe piegarsi in giro, e circondare tutta la terra, così anche la Luna potrebbe darsi, che o per la forza della gravità, quand' ella sia grave, o per qualunque altra che la spinga alla terra, fosse continuamente dal corso suo rettilineo svolta verso la terra, e obbligata a secondare l' orbita sua; nè certamente nella sua orbita la Luna può mantenersi senza una forza sì fatta. Questa se fosse minor del giusto non inclinerebbe il di lei corso rettilineo abbastanza; e se passasse la misura la piegherebbe troppo, e dalla sua orbita verso la terra la condurrebbe. Importa pertanto ch' ella sia d' una giusta grandezza; e spetta al Mattematico il trovar la forza, colla quale un corpo mantiene perfettamente il suo corso per un' orbita qual si voglia data con data velocità (*e*); e al contrario trovar la via curvilinea, la

qua-

quale un corpo, che da un luogo qual si voglia dato si parte con data velocità, sarà da una data forza obbligato a secondare. Di tre sorte è poi la quantità di questa forza centripeta; assoluta, acceleratrice, e motrice.

(*a*) La forza centripeta si chiama così relativamente alla direzione della sollecitazione del corpo; cioè quando un corpo in qualsivoglia luogo posto ha una sollecitazione, in virtù della quale, remosso ogni ostacolo, si muove verso un punto dato; e non si ha in tal denominazione verun riguardo alla causa, onde una tal sollecitazione è sorta nel corpo. Così la forza per cui i gravi verso il centro della terra discendono, e quella per cui certi corpi si veggono andare all' incontro di quelli, i quali si distinguono per la virtù magnetica che in essi risiede, benchè di origine probabilmente diversissima siano queste due forze, ugualmente possono nominarsi centripete.

(*b*) *Ogni calamita ha due estremi opposti, de' quali uno si dice polo di repulsione, però che il ferro che a quello si presenta vedesi come cacciato allontanarsi dalla calamita, e uno dicesi per l'effetto contrario polo di attrazione. Circondando*

la

la calamita di tenue limatura di ferro, si veggono sollevarsi quelle piccole laminette dalla parte che guarda il polo di repulsione, e verso quello d'attrazione inclinarsi, rappresentando in un certo modo la specie come d'un prato per cui sia corsa l'acqua, e riunirsi in strie quasi spirali, che dal polo di repulsione incominciando fino a quello d'attrazion si continuano. Per la qual cosa pare di veder chiaro un effluvio di materia sottile, che perpetuamente circola per i due poli, essere quello che per le descritte direzioni urta e spigne il ferro, che per la via se gli para davanti. La ragione poi di questo circolo, e perchè solo nel ferro e non in altri corpi è atto a fare impressione; e così anche l'origine di tutti gli altri fenomeni della calamita, sono cose che invano finora da' fisici si ricercano.

XXXV. (*c*) Che tutti i corpi che si muovono per una curva abbiano una forza costantemente diretta dentro la concavità della medesima curva si mostra coll'esempio della fionda, e può con questa considerazione generalmente provarsi. Un corpo che si muove per una curva muta continuamente la direzione del moto; dunque senza una forza reale, che in esso agisse continuamente per farlo deviare dalla direzione in cui è, il corpo non persevererebbe in quanto se nello stato suo di moto uniforme per linea retta; il che è assurdo (XVIII. XIX.). Dico inoltre che una tal forza è diretta dentro la concavità della curva; perchè il

il corpo in ogni punto della medesima devìa dalla tangente a quel punto dalla parte interna che riguarda la curva, et è pertanto contrario alla ragione il supporre la direzion della forza (XV.) contraria a quella che il corpo in movendosi affetta.

XXXVI. Poichè per la forza d'inerzia il corpo che si muove per una curva, se in alcun punto la forza centripeta venisse a mancargli, si moverebbe per la tangente a quel punto (*ant.*) con tutta quella velocità che nel punto medesimo si trova ad avere, e quanto più veloce è il moto per la curva con tanta maggior velocità per la tangente se n'anderebbe; e perciò in tempi uguali tanto più nella fatta supposizione s'allontanerebbe dalla sua curva. Dunque la forza centripeta che lo ritiene tanto è maggiore, quanto la velocità per la curva è più grande.

XXXVII. (*d*) Parimente un corpo in cui è impresso un moto per linea retta, se da una forza venga agitato continuamente a un punto fisso diretta, devìa dalla direzione del moto impresso, e si muove per una curva. Si mostra ciò coll'esempio de' projettili. A suo luogo si proverà con mattematica dimostrazione.

XXXVIII. Tutto il detto fin qui serve per insinuare trattanto, che la Luna e tutti i corpi celesti sono dotati d'una forza centripeta. Noi per la più chiara intelligenza di quanto nel testo superiore contiensi, e per farci strada ad

al-

alcune conclusioni di Fisica Generale che devono aver luogo in questa introduzione, stimiamo a proposito di esporre un preciso della teorìa della Gravità universale, e delle sue leggi, la cui perfetta dimostrazione deve da tutto il corso di quest' opera risultare.

1. Si dimostra che se un corpo si muova per una curva, e 'l raggio che congiugne costantemente il corpo con un punto preso dentro la medesima curva, rada le aree proporzionali ai tempi, il corpo ha una sollecitazione che continuamente si sforza di moverlo verso quel punto.

2. (*e*) Inoltre data la curva e la velocità si trova la sollecitazione, ovvero la forza centripeta.

3. Quel punto, che divide la distanza tra due corpi in ragione inversa delle masse, si chiama il centro di gravità di que' due corpi. La ragione di questa denominazione la vedremo in altro luogo. Parimente, se s' aggiunga un altro corpo, il punto che divide la distanza tra il centro di gravità de' due primi corpi, e il corpo aggiunto in ragione inversa delle masse de' due primi e di quella dell' aggiunto, è il centro di gravità di questi tre corpi; e così sempre.

4. Il Sole e tutti i Pianeti, e così anche tutte le Comete si muovono intorno al centro comune di gravità, e radono le aree proporzionali ai tempi. Sono dunque tutti questi corpi incli-

nati

nati da una forza centripeta verso quel punto (1.): tendono anche ad andarvi con forza uguale, il che resulta dalle proporzioni de' periodi loro (2). Per la qual cosa, nel modo che poi s' insegnerà, si trova che il Sole tende ad accostarsi a ciaschedun Pianeta con tanta forza (XV.) con quanta ciascun Pianeta tende verso del Sole.

Inoltre anche Giove con tutti i suoi satelliti si muove intorno al comun centro di gravità, e colla stessa legge di radere le aree ai tempi proporzionali. Si conclude pertanto con un simile raziocinio che ciascuno di essi tende con tanta forza verso del suo primario, con quanta il primario tende verso di loro. Lo stesso apparisce nel sistema di Saturno, e in quello della Terra e della Luna. Finalmente, e perchè il centro di ciascheduno di questi sistemi si muove intorno al centro di gravità del sistema solare, e per le anomolìe e tutte le alterazioni dei moti lunari, si può concludere che tutti i corpi celesti hanno una scambievol tendenza, in virtù della quale ciascun corpo è inclinato a moversi verso di ciaschedun altro con tanta forza, con quanta ciaschedun altro è portato verso il medesimo; e sono pertanto le sollecitazioni di questa forza in ragion inversa delle masse (XV.).

Dal paragone dei tempi periodici de' varj Pianeti, e della varia velocità di uno medesimo ne' diversi punti della sua orbita, ancora se ne de-

duce, che a distanze uguali la forza di due corpi celesti verso di un terzo è come le masse, e le sollecitazioni sono per la medesima cagione uguali; e variando le distanze le forze sono in ragion composta diretta delle masse e inversa de' quadrati delle distanze, e le sollecitazioni solamente come i quadrati delle distanze reciprocamente prese.

Sopr' alla Terra si trova che tutti i corpi cadono per direzioni convergenti al di lei centro, e che le forze con ch' essi vi tendono in uguali distanze sono proporzionali alle masse (VIII. *c*). Nelle altezze poi considerabili si trova coll' esperienza de' pendoli, che la sollecitazione de' gravi va sensibilmente diminuendo nella ragione inversa de' quadrati delle distanze dal centro. Finalmente s' è dimostrato (XXXIII.) con tanta forza la terra premere i gravi con quanta i gravi premono la medesima. Si avvera dunque anche delle parti della terra ch' elleno tendono ciascheduna ad accostarsi alle altre con tanta forza con quanta tutte le altre tendono verso di ciascheduna; la qual proposizione viene anche da innumerabili fatti particolari nella teorìa della luce, nella chimica, in tutte le coesioni nuove, artificiali e naturali &c. corroborata, de' quali fatti tutte le circostanze posto un tal principio mirabilmente s' intendono.

Una sì vasta analogia, che abbraccia tutti quanti i corpi su' quali si è potuto osservare, e contro

tro la quale non milita alcuna esperienza, non ammette luogo a dubitare che in tutta la materia non siavi una forza, in virtù della quale la materia va per retta linea incontro alla materia, o si sforza d'andarvi. Chiamo una tal forza Attrazione della materia, o Gravità universale o generale.

5. Anche le leggi della Gravità universale sono una conseguenza immediata de' fatti di sopra esposti e son le seguenti.

I. Le forze con cui due corpi tendono l'uno verso dell'altro son sempre uguali, laonde le sollecitazioni della gravità stanno in ragion inversa delle masse.

II. Le forze di più corpi, che tendono a un medesimo corpo da essi ugualmente distante, stanno tra loro come le masse, e le sollecitazioni sono uguali.

III. Le forze e le sollecitazioni di un corpo medesimo, che tende a diversi corpi in ugual distanza da esso posti, stanno tra loro come le masse de' corpi a' quali tende.

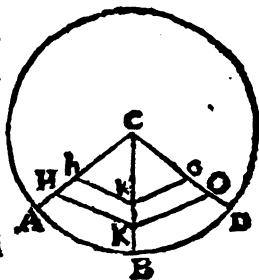
IV. Le forze di più corpi tendenti a un medesimo corpo, e dal medesimo diversamente distanti, stanno tra loro in ragion composta diretta delle masse e inversa de' quadrati delle distanze; e nella semplice inversa de' quadrati delle medesime distanze le sollecitazioni.

V. Le forze e le sollecitazioni di un corpo medesimo, che tende a più corpi in diversa distanza da esso posti, stanno tra loro in ragion

composta diretta delle masse de' corpi a' quali tende, e inversa de' quadrati delle distanze degli stessi corpi.

6. Da tutto ciò si ricava che la sollecitazione della gravità cresce sempre in ragion diretta delle masse de' corpi, a' quali tende il corpo a cui ella appartiene, e in ragione inversa de' quadrati delle distanze.

XXXIX. Dico che la sollecitazione della gravità non ha origine dall'impulso. Perchè ciò fosse bisognerebbe che intorno a ciascun corpo esistesse un'atmosfera o d' un effluvio sottile, che dal medesimo scaturendo, e per direzioni quasi spirali al medesimo ritornando, circolasse come l'effluvio magnetico (XXXIV. *b*), o di un afflusso parimente sottile, che continuamente per retta linea, e per direzioni tutte convergenti a' centri de' corpi, a' medesimi si portasse. Ogni altra ipotesi, che si voglia fingere, è incapace di spiegare quell' azione de' corpi, per cui senza visibile impulso vanno, remosso ogni ostacolo, a unirsi a contatto: imperciocchè anche quella de' vortici Cartesiani, ne' quali la materia sottile dalla periferia si suppone rispinta al centro, a quella dell' afflusso quivi descritta riducesi. Ora, prescindendo dall' essere anche le due proposte ipotesi arbitrarie affatto e strane, dico che nè meno servono a spiegare tutti i fenomeni della gravità: perchè per la prima i gravi non caderebbono per linea retta, ma secondo la direzione dell' effluvio quasi spi-

ſpirale, e per la ſeconda la gravità non ſarebbe in uguali diſtanze dal centro delle forze alle maſſe proporzionale (*ant.* s. II.). Sia C il centro delle forze, o dell'afflusſo. Siano gli angoli ACB, BCD due angoli conici uguali, e ſiano HK, OK, due corpi della figura di due coni troncati ſimili e uguali. Saranno le maſſe dell'afflusſo AHKB, BKOD, che percuotono ſu' detti corpi, parimente ſimili e uguali. Siano poi le maſſe HhkK : KkoO = m : μ; e le maſſe dell'afflusſo uguali tra loro ſiano ciaſcuna = M. Egli è chiaro che ſe uno de' due corpi m e μ non ha i pori poſti appunto nella medeſima dirittura de' raggi della sfera ABD, ovvero ſecondo le direzioni degli afflusſi ACB, BCD, o l'afflusſo percuota ſolamente le ſuperficie HK, KO, o penetri e inveſta tutta la ſoſtanza de' corpi, in ogni modo ambedue le maſſe m e μ ſoſtengono l'intero impulſo di M. Dicaſi la forza di M = MS: ſaranno dunque le ſollecitazioni della gravità in m e μ =

$$\frac{MS}{M+m} : \frac{MS}{M+\mu} \text{ (XXII.)} = M+\mu : M+m.$$ Per

la qual coſa, acciò le ſollecitazioni foſſero uguali, converrebbe, che ſe m è maggiore di μ, aveſſe tanti pori poſti per diritto, che la quantità

dell'

dell' afflusso , la quale passando liberamente non gli comunicherebbe alcuna sollecitazione, potesse compensare l' eccesso della proporzione di M+m: M+μ. Nè meno si troveranno uguali nelle due masse m e μ le sollecitazioni, supponendo la materia sottile, ovvero i corpi, ovvero gli uni e l' altra dotati di elasticità; siccome istituendo il calcolo, che da tutti i Meccanici s' insegna (XII. XV. XXII.), facilmente si può riscontrare. Non può dunque la gravità in ugual distanza dal centro delle forze essere secondo questa supposizione alla massa proporzionale. Per conseguenza è falsa una tale supposizione.

XL. Dunque se l' impulso non è la causa della gravità, e i corpi non si tirano tra loro perchè l' azione senza contatto è impossibile (XVII.), resta che la sollecitazione della gravità sia una proprietà universale della materia, la quale fluisce dalla natura stessa della medesima.

Se noi conoscessimo la natura della materia intenderebbamo ancora come la gravità ne derivi, e la ragione delle leggi che affetta. Basti pertanto a noi di sapere esser d' essenza della materia che poste tali circostanze abbia un tal grado di gravità: nè contro vale il dire, che poichè la sollecitazione della gravità è suscettibile di aumento e di diminuzione (XXXVIII. 6), non è essenziale alla materia. Che le proprietà essenziali di ogni ente siano costanti, è una proposizione la quale dipende da questo

di-

discorso. Le proprietà essenziali fluiscono dalla natura dell'ente, ovvero sono il costitutivo della medesima: ma la natura dell'ente è sempre la stessa; dunque, perchè l'effetto è sempre proporzionale alla sua causa, costanti devono essere le proprietà essenziali. Uno schiarimento sulle parole risolve tutta la difficoltà, e rivolta l'assurdo contro l'opposizione. Per natura dunque della materia s'intende il complesso di tutte quelle proprietà, che da ogni altro genere di enti la distinguono. Ciò posto è verissimo che subito che la materia manca di una di queste proprietà, non è più materia, ma un ente d'un altro genere che io non so, o forse una tal supposizione sì fatta tira anche seco necessariamente la di lei distruzione. Ora io trovo per osservazione e per raziocinio nel numero di tali proprietà della materia esservi quella di avere costantemente in date circostanze un dato grado di gravità. Dunque è assurdo che la gravità in qualunque circostanza del corpo sia la medesima. E poi finalmente v'è ella, rigorosamente parlando, alcuna proprietà della materia, che non le sia essenziale? E non sarebb'egli forse dell'essenza della medesima, che percossa dalla luce, e disposta in un corpo d'un'organizzazione data, rifletta un dato colore? e disposta in un corpo di un'organizzazione diversa, ne rifletta un altro? e non percossa dalla luce non ne rifletta alcuno?

DE-

DEFINIZIONE VI.

XLI. *La Quantità assoluta della forza centripeta è la di lei misura maggiore o minore secondo l' efficacia della causa* (*a*), *che dal suo centro la propaga nello spazio per ogni intorno.*

Come sarebbe la forza magnetica secondo la mole, o l' intensità della virtù della Calamita, in una maggiore, in un' altra minore.

(*a*) La forza in ogni caso è quella che è, e la direzione non influisce nella sua misura, che è sempre proporzionale all' intensità della sollecitazione, e alla massa del corpo in cui è (XV); ma parlandosi della forza centripeta si vuol riferire la misura della sollecitazione alla causa che la produce, che ad essa è sempre proporzionale. Un tal modo di dire torna benissimo rispetto alla Calamita, che con il suo effluvio è la causa perchè il ferro se le accosti (XXXIV. *b*). Così anche conviene generalmente a tutti i corpi di virtù magnetica in alcun modo dotati, siccome l' Ambra, le Resine &c. Parlando poi della gravità sembra che si

si voglia insinuare, che la causa della sollecitazione di un corpo sieda nel corpo, al quale ei tende, contro anche l'opinione del Neuton, com'ei se ne dichiara più sotto. Però è verissimo che l'intensità della sollecitazione è proporzionale alla massa del corpo, al centro del quale è diretta la forza centripeta, e al quadrato della distanza reciprocamente preso, e la misura della forza assoluta risulta dalla ragion composta di tutte quelle proporzioni, e di quella della massa del corpo, nel quale è la sollecitazione: ma quegli accidenti, onde la proporzione dell'intensità della sollecitazione si forma, non sono la causa della medesima sollecitazione, ma una circostanza sine qua non.

DEFINIZIONE VII.

XLII. *La quantità acceleratrice della forza centripeta è la di lei misura proporzionale alla velocità ch'ella produce in un dato tempo (a).*

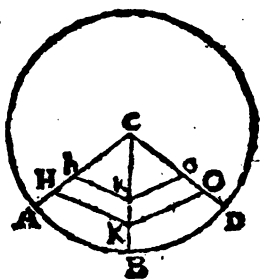
Siccome la virtù della calamita in una distanza più piccola è minore, e in una più grande maggiore (*b*): ovvero la forza della gravità maggiore nelle valli, minore sulle cime degli

alti monti; e via sempre più piccola (*c*), siccome dipoi apparirà, nelle distanze dal globo della terra maggiori; in uguali distanze poi da per tutto la stessa; imperciocchè i corpi che cadono, sieno gravi o leggieri, grandi o piccoli, tolta la resistenza dell' aria, gli accelera tutti ugualmente (VIII. *c*).

(*a*) Dunque la forza acceleratrice non è altro che la causa della sollecitazione della forza centripeta (XII.), e milita il discorso fatto nell' articolo precedente (*a*).

(*b*) Perchè le superficie delle sfere stanno tra loro come i quadrati de' diametri, un afflusso di materia sottile convergente a un centro, siccome quello che si fa al polo di attrazione della calamita (XXXIV. *b*), cresce la propria densità in ragione inversa de' quadrati delle distanze. Sia ABD la sfera dell' afflusso al centro C. Sarà la densità del medesimo in AB alla densità in HK come $(HC)^2 : (AC)^2 = r^2 : R^2$. Dunque la sollecita-

zio-

zione, che al corpo m^2 comunica in AB alla sollecitazione che gli comunica in HK starà =

$$\frac{r^2 s}{r^2 + {}^2m} : \frac{R^2}{R^2 + {}^2m}$$ (XXII.). Serve anche questo per confermare l'insufficienza dell'ipotesi degli afflussi (XXXIX.) per ispiegare i fenomeni della gravità.

Quanto all' afflusso magnetico, poichè anch' egli come materia gravita verso la calamita in ragione inversa de' quadrati delle distanze, la sollecitazione che 'l ferro ne riceve, starà, per esempio se m^2 *sia il ferro, in* A *e in* H =

$$\frac{r^4}{r^2 + m^2} : \frac{R^4}{R^2 + m^2}$$

(*c*) Del resto rispetto alla sollecitazione della gravità, ch' ella salvi anch' essa la medesima ragione dell' inversa de' quadrati delle distanze, egli è un fatto che risulta dall' esperienza (XXXVIII.), e nulla più.

DEFINIZIONE VIII.

XLIII. *La Quantità motrice della forza motrice è la di lei misura proporzionale alla quantità del moto ch' ella produce in un dato tempo* (*a*).

Siccome il peſo è maggiore nel corpo più grande, minor nel più piccolo, e nel medeſimo corpo maggiore vicino a terra, minore ne' cieli. Queſta quantità è la tendenza o propenſione al centro di tutto il corpo, e per così dire il peſo, e ſi conoſce ſempre dalla forza contraria ed uguale, con cui ſi può impedire la diſceſa del corpo.

Queſte quantità di forze ſi poſſono per brevità nominare Forze, motrice, acceleratrice, e aſſoluta, e per modo di diſtinzione riferirſi ai corpi che appetiſcono il centro, ai luoghi dei corpi, e al centro delle forze; cioè la forza motrice al corpo, ſiccome la tendenza del tutto verſo del centro riſultante dalle tendenze di tutte le parti; e la forza acceleratrice al luogo del corpo, ſiccome una certa efficacia che dal centro ſi diffonde intorno intorno per tutti i luoghi, affine di movere i corpi che in eſſi

ſi tro-

si trovano; la forza assoluta poi al centro, siccome dotato di una tal causa, senza di che le forze motrici non si propagano nello spazio per ogni intorno; o sia che quella causa consista in un corpo centrale, come la calamita che sta nel centro delle forze magnetice, o la Terra nel centro delle forze gravitanti, ovvero in qualchè altra causa, che non apparisce. Questo è un concetto puramente mattematico, perchè le cause e le sedi fisiche delle forze io ora non le considero.

La forza acceleratrice dunque sta alla forza motrice, come la velocità al moto. Imperciocchè dalla velocità e dalla quantità della materia nasce la quantità del moto, e dalla ragion composta della forza acceleratrice, e della quantità della materia medesima la forza motrice; perchè la somma della forza di ciascheduna parte del corpo è la forza motrice del tut-

to

to. Per la qual cosa nelle vicinanze della terra, dove la gravità acceleratrice o sia la forza della gravità è la medesima in tutti i corpi, la gravità motrice, ovvero il peso sta come i corpi; ma innalzandosi per le regioni dove la gravità acceleratrice si fa minore, il peso parimente si diminuirà, e starà sempre in ragion composta del corpo, e della gravità acceleratrice.

Finalmente nel medesimo senso io nomino le attrazioni, e gli impulsi acceleratrici e motrici; e le voci d'attrazione, impulso, o tendenza qual si voglia al centro io le adopero indifferentemente e promiscuamente l'una per l'altra, non fisicamente, ma solo mattematicamente tali forze considerando. Laonde avverta bene il lettore di non immaginarsi che per tali forze alcuna specie o modo d'agire, o alcuna causa, o ragion fisica io

io m' intenda mai, ovvero che ai centri che son punti mattematici attribuisca veramente, e fisicamente delle forze, s' io dirò a forte che i centri attraggono, et esservi le forze de' centri.

(*a*) Questa definizione conviene perfettamente alla forza da noi definita (XV.), perchè ha la stessa misura, nella quale la causa ond' ella può essere originata (XL.), e la direzione sua non influiscono.

(*b*) Per torre affatto ogni equivoco non considererò mai nel corpo, che la sollecitazione della gravità (XXXVIII. 6.) come un attributo del corpo medesimo che si move, o si sforza di moversi (XL.), e la quantità della medesima sollecitazione, o sia la forza motrice.

SCHOLION.

XLIV. Fin qui s'è pensato di dichiarare in qual senso certe voci meno note vadano in seguito ricevute. Il Tempo, lo Spazio, il Luogo, e il Moto, siccome notissimi a tutti, non gli definisco (*a*). Per altro è da avver-

vertire, che comunemente queste quantità non altrimenti che per la relazione colle cose sensibili si concepiscono; e quindi ne nascono alcuni pregiudizj per distruggere i quali le medesime conviene distinguere in assolute e relative, vere e apparenti, mattematiche e comuni.

I. Il Tempo assoluto, vero, e mattematico da per se stesso e di sua natura, senza relazione a qualunque oggetto esterno, fluisce equabilmente, e dicesi con altro nome la Durata: il relativo, apparente, e comune è una sensibile e esterna misura qual si voglia, o esatta, o inequabile, della durata per mezzo del moto, della quale uno comunemente si serve in cambio del tempo vero, come sarebbe l' ora, il giorno, il mese, l'anno.

II. Lo spazio assoluto di sua natura, senza relazione ad alcuno oggetto estre-

estremo, simile è ovunque in tutte le sue parti, et immobile: il relativo è una misura o dimensione qual si voglia mobile di questo spazio la quale da' nostri sensi si definisce per la sua situazione rispetto a' corpi, e dallo spazio immobile si scambia comunemente: come sarebbe la misura dello spazio sotterraneo, aereo, ò celeste, definita per la sua situazione rispetto alla terra. Lo spazio assoluto e il relativo sono il medesimo in specie, e in grandezza; ma non si mantengono sempre il medesimo in numero. Perchè se la terra per esempio si mova, lo spazio dell'aria nostra, che relativamente e per rispetto alla terra sempre si mantiene lo stesso, ora sarà una parte dello spazio assoluto per cui passa l'aria; e ora un'altra, e così si muterà assolutamente di continuo.

III. Il luogo è quella parte dello spazio che occupa il corpo: dico la parte

dello ſpazio, e non il ſito del corpo, o la ſuperficie che lo abbraccia; imperciocchè de' ſolidi uguali ſon ſempre i luoghi, mentre le ſuperficie per la diſſomiglianza delle figure ſono per lo più diſuguali; il ſito poi propriamente parlando non ha quantità, nè è tanto il luogo, quanto un'affezione del luogo. Il moto del tutto è il medeſimo che la ſomma de' moti delle parti, cioè la traslazione del tutto dal proprio luogo è la medeſima coſa, che la ſomma delle traslazioni delle parti da' luoghi loro: quindi è che il luogo del tutto è il medeſimo che la ſomma de' luoghi delle parti, e perciò è interno, e per tutto il corpo.

IV. Il Moto aſſoluto è la traslazione del corpo dal luogo aſſoluto nel luogo aſſoluto, e 'l Moto relativo la traslazione dal luogo relativo nel relativo. Così in una Nave che ſe ne va a piene vele il luogo relativo del cor-

po

po, è quella regione del bastimento dove si trova il corpo, o sia quella parte di tutta la cavità, la quale il corpo riempie, e che per tanto insieme colla nave si move: e la Quiete relativa, è la dimora del corpo in quella medesima region della nave o parte di cavità. Ma la Quiete vera, è la dimora del corpo nella medesima parte di quello spazio fisso, nel quale la nave istessa insieme colla cavità sua, e tutto il contenuto si move. Onde se la terra stesse in quiete vera, il corpo che nella nave sta in quiete relativa, si moverebbe veramente e assolutamente con quella velocità, con che la nave si move sopr'alla terra. Che se la terra ancora si moverà, il moto vero e assoluto del corpo parte risulterà dal moto vero della terra nello spazio fisso, parte dal moto relativo della nave sopr'alla terra: e se il corpo si moverà anch'egli relativa-

mente sopr'alla nave, risulterà il di lui moto vero, parte dal moto vero della terra nello spazio fisso, parte dai moti relativi così della nave sopr'alla terra, come del corpo sopr' alla nave; e da questi moti relativi solamente risulterà il moto relativo del corpo sopr'alla terra. Di modo che se quella parte di terra, dove si trova la nave, si mova veramente verso levante con parti di velocità 10010., e dalle vele e dal vento sia portata la nave a ponente con parti dieci di velocità, e un marinaro poi cammini sulla nave verso levante con una parte di velocità sola; il marinaro si moverà veramente e assolutamente nello spazio fisso con parti 10001. di velocità verso levante, e relativamente sopr' alla terra verso ponente con parti di velocità nove.
Il tempo assoluto distinguesi dal relativo in astronomia coll' equazione del tem-

tempo comune, perchè uguali non sono i giorni naturali, che pure comunemente siccome uguali si tengono per la misura del tempo. Questa disuguaglianza la correggon gli astronomi, affine di misurare con un tempo più vero i moti celesti. E' possibile che non vi sia alcun moto equabile, con cui misurare il tempo esattamente. Tutti i moti si possono accelerare e ritardare, ma il corso del tempo assoluto non può alterarsi. Il medesimo è della durata o sia perseveranza dell' esistenza delle cose, quantunque veloci, o lenti siano i moti, o nessuni (*b*): perciò a ragione ella distinguesi dalle sue misure sensibili, e dalle medesime si raccoglie per mezzo dell' equazione astronomica. La necessità poi di questa equazione per determinare i fenomeni celesti ugualmente si prova, e per l' esperienza dell' orologio oscillatorio, e

per

per mezzo delle eclissi de' Satelliti di Giove.

Siccome l' ordine delle parti del tempo è immutabile, così anche lo è quello delle parti dello spazio. Movansi queste da' suoi luoghi, e si rimoveranno per così dir, da se stesse; poichè i tempi e gli spazj son quasi i luoghi di se medesimi e di tutte le cose, essendo tutte nel tempo in quanto all' ordine della successione, e tutte nello spazio in quanto all' ordine della situazion collocate. L' esser di luoghi è dell' essenza loro, e i luoghi primarj è assurdo che si movano. Son questi dunque i luoghi assoluti, e le sole traslazioni da questi luoghi sono moti assoluti.

Pure siccome queste parti dello spazio non possono vedersi, e d' infra di loro per mezzo de' nostri sensi distinguersi, s' usano in cambio le misure sensibili. Imperciocchè dalle posizioni, e distanze da alcun corpo, che si riguar-

guarda siccome immobile, tutti quanti i luoghi si definiscono; e così anche poi tutti i moti gli valutiamo per rispetto a' predetti luoghi, in quanto i corpi da' medesimi si concepiscono essere trasferiti. Così in cambio de' luoghi e de' moti assoluti ci serviamo de' relativi, e nelle faccende umane non fa difficoltà; ma in Filosofia bisogna fare astrazione da' sensi, perchè può esser benissimo che non vi sia alcun corpo veramente fermo, a cui i luoghi, e i moti poter riferire.

Si distinguono poi tra loro la quiete, e 'l moto assoluti e relativi per le proprietà loro, e loro cause et effetti. Proprietà della quiete si è che i corpi, i quali veramente sono fermi, stiano fermi l'uno rispetto all'altro: e perciò siccome egli è possibile che un qualche corpo nella region delle Fisse, o lungi al di là dalle Fisse, sia fermo assolutamente, e che per la situa-

zion

zione che hanno tra loro i corpi della nostra regione, non si possa sapere s'alcun di questi conservi con quello lontano la posizione data, la quiete vera per la situazione di questi tra di loro non si può definire.

Proprietà del moto si è, che le parti, le quali rispetto ai tutti conservano le posizioni date, partecipino del moto de' medesimi tutti. Imperciocchè tutte le parti de' corpi che girano si sforzano di allontanarsi dall'asse del moto, e l'impeto di quelli che progrediscono dall'impeto congiunto di ciascheduna parte risulta. Mossi dunque i corpi, che ne contengon degli altri, si muovono quelli che ne' continenti relativamente stan fermi. E per tal ragione il moto vero, e assoluto non può definirsi per la traslazione della vicinanza di que' corpi che si riguardano come fermi: perchè non solo devono i corpi esterni siccome fermi

mi riguardarsi, ma essere veramente in quiete; altrimenti tutti quelli che tra i medesimi sono racchiusi, oltre alla traslazione dalla vicinanza di que' che gli circondano, de' moti veri di questi medesimi parteciperanno, e senza quella traslazione non saranno veramente in quiete, ma solamente siccome fermi si mostreranno. Imperciocchè i corpi che gli circondano sono rispetto agli inchiusi come la parte di un tutto esteriore rispetto all' interiore, o come la corteccia al midollo; poichè mossa la corteccia anche il midollo, senza trasferirsi dalle vicinanze della corteccia, si move come la parte d' un tutto.

Prossima alla proprietà precedente è quella che mosso il luogo si move a un tempo il locato; e perciò un corpo che si move da un luogo ch' è in moto, anche del moto partecipa del suo luogo. Dunque tutti i moti che

da de' luoghi ſi fanno, quando i medeſimi luoghi ſono in moto, ſono parti ſolamente de' moti interi e aſſoluti; et ogni moto intero componeſi del moto del corpo dal ſuo luogo primo, e del moto di queſto luogo dal luogo ſuo proprio, e così ſempre, fino che come nell'eſempio di ſopra mentovato del marinaro ſi giunga a ritrovare il luogo fiſſo. Onde i moti interi e aſſoluti non per altro mezzo, che de' luoghi fiſſi, poſſono determinarſi; e per tal ragione di ſopra queſti gli riferii a' luoghi fiſſi, e a' mobili i relativi. I luoghi fiſſi poi non ſono che quelli, i quali per tutta l'infinità delle diſtanze conſervano tutti fra di loro le poſizioni date; et è in queſto modo ch' e' ſi mantengono ſempre fiſſi, e lo ſpazio coſtituiſcono ch' io chiamo immobile.

Le cauſe, per le quali i moti veri e i relativi ſi diſtinguono fra di loro, ſono

no

no le forze ne' corpi impresse per generare il moto. Il moto vero non si genera, e non si muta se non per le forze impresse nel corpo medesimo che si move; ma il moto relativo anche senza le forze impresse in quel corpo si può generare e mutare; imperciocchè basta ch' elle s' imprimano negli altri corpi, a' quali si riferisce il sito del corpo, acciocchè quelli cedendo si muti quel rapporto, nel quale la di lui quiete, o 'l moto relativo consiste. Ancora il moto vero dalle forze impresse nel corpo che si move sempre si muta, ma il moto relativo non si muta necessariamente da queste forze: perchè se le medesime anche negli altri corpi s' imprimano, co' quali si fa il rapporto, di modo che si conservi la situazion relativa, anche il rapporto, nel quale consiste il moto relativo, sarà conservato. Qualunque moto relativo dunque si può

mutare conſervandoſi il moto vero, e mutandoſi il vero può conſervarſi, e perciò il moto vero non conſiſte in ſimili relazioni.

Gli effetti, pe' quali i moti aſſoluti e i relativi si diſtinguono fra di loro, ſono le forze di allontanarsi dall' aſſe del moto circolare. Imperciocchè nel moto circolare puramente relativo queſte forze ſon nulle, nel vero poi e aſſoluto ſono maggiori o minori ſecondo la quantità del moto. Una ſecchia attaccata a una corda aſſai lunga s'ella si faccia girare di continuo fin a tanto che la corda così torta diventi aſſai rigida, e poi s'empia d' acqua, e così piena si faccia ſtar ferma; poi per una qualche forza in un ſubito avvenga ch' ella cominci a girare con moto contrario, e rallentandosi la corda in queſto moto continui più lungamente, la ſuperficie dell' acqua nel principio rimarrà pie-

na

na nel modo che ſtava avanti che il vaſo si moveſſe: ma poichè il vaſo per la forza che a poco a poco imprime nell'acqua (*c*) ha fatto sì ch' ella cominci anche queſta a girare ſensibilmente, la si ſcoſterà a poco a poco dal mezzo, e ſalirà verſo i lati del vaſo, prendendo, siccome io ſteſso l'ho ſperimentato, una figura concava, e rinforzando ſempre il moto più e più ſalirà, finchè arrivando a poter compire le ſue rivoluzioni nel medesimo tempo del vaſo, paſſi in eſso alla quiete relativa. Indica queſto ſalire dell'acqua lo sforzo di allontanarsi dall'aſse del moto, e da un tale sforzo si conoſce, e si miſura il di lei moto circolare vero e aſsoluto, e al moto relativo in queſto caſo affatto contrario. Sul principio quando il moto relativo dell' acqua nel vaſo era maſſimo, non eccitava quel moto alcuno sforzo per allontanarla

dall'

dall' asse, l'acqua non tendeva alla circonferenza salendo verso i lati del vaso, ma si manteneva piana, e perciò il di lei moto circolare vero non era incominciato. Dopo poi quando scemato era il moto dell' acqua relativo, il salire ch' ella faceva verso i lati del vaso indicava lo sforzo di allontanarsi dall' asse; e questo sforzo dimostrava il di lui moto vero circolare continuamente crescente, e finalmente diventato massimo quando l' acqua si fermava nel vaso relativamente. Per la qual cosa non dipende un tale sforzo dalla traslazione dell' acqua rispetto a' corpi d' intorno, e pertanto il moto circolare vero per simili traslazioni non può determinarsi, di qualunque corpo che gira un solo è il moto veramente circolare ad uno sforzo unico siccome a proprio et adequato effetto corrispondente: innume-

ra-

rabili poi ſono i moti relativi per la varietà delle relazioni agli oggetti eſtremi, e nel modo medeſimo che le relazioni ſono di effetti veri onninamente deſtituiti, ſe non in quanto di quel vero et unico moto partecipano. Onde anche nel ſiſtema di quelli, che vogliono che i noſtri cieli di ſotto a' cieli delle Fiſſe ſi volgano in giro, e ſeco traſportino i Pianeti, le parti de' cieli ciaſcheduno, e i Pianeti che ne' cieli loro proſſimi ſtanno fermi relativamente, veramente ſi muovono; poichè mutano tra loro le poſizioni, diverſamente da quello che accade ne' corpi veramente fermi, e portati via inſieme co' cieli partecipano de' moti loro, e da' loro aſſi ſi sforzano di allontanarſi.

Le quantità relative non ſono dunque elle ſteſse le quantità di cui portano il nome, ma le miſure loro ſenſibili,

ve-

vere e incerte, di cui volgarmente uno ſi ſerve in luogo delle quantità miſurate. Che ſe dall'uſo va definito il ſignificato delle parole, per que' nomi di Tempo, Spazio, Luogo, e Moto (*d*) propriamente queſte tali miſure ſenſibili dovranno intenderſi, e il linguaggio ſarà ſtraordinario, e puramente mattematico, ſe noi le quantità miſurate vorremo intendere. Per la qual coſa sforzano il ſenſo del Sacro Teſto coloro, che ivi interpetrano queſte voci per le quantità miſurate. Nè meno contaminano la Mattematica, e la Filoſofia quelli, che le quantità vere colle loro relazioni e miſure confondono.

Bensì che il conoſcere i moti veri di tutti e ciaſchedun corpo, e diſtinguerli dagli apparenti è coſa difficiliſſima; perchè le parti di quello ſpazio immobile, nel quale i corpi ſi muovono veramente, non cadono

ſotto

ſotto i ſenſi. Per altro affatto non è diſperata l' impreſa. Perchè gli argumenti ſi poſſono deſumere, parte da' moti apparenti, che ſono le differenze de' moti veri, parte dalle forze, che ſono de' moti veri cauſe et effetti. Come, ſe due globi a una data diſtanza tra loro per mezzo d' un filo interpoſto attaccati ſi rivolgeſſero intorno al centro comune di gravità, ſi conoſcerebbe dalla tenſione del filo lo sforzo loro per allontanarſi dall' aſſe del moto, e quindi la quantità del moto circolare potrebbeſi computare (*e*). Dipoi, ſe ſulle facce alterne de' globi s' imprimeſſero delle forze uguali quali ſi vogliano affine di creſcere o ſcemare il moto de' globi, ſi ſaprebbe per l' aumentata o diminuita tenſione del filo l' aumento o la diminuzione del moto, e quindi finalmente tralle facce alterne ſi potrebbono rinvenir quelle, nelle qua-

li le forze avessero da imprimersi, affine che l'aumento del moto si facesse massimo; si rinoverebbono cioè le facce posteriori, o siano quelle che nel moto circolare van dietro all'altre. Conosciute poi le facce che van dietro all'altre, e le facce opposte che precedono a tutte, si saprebbe la direzione del moto. In questo modo ritrovar potrebbesi e la quantità, e la direzione di questo moto circolare in qual si voglia immenso voto, dove niuno oggetto vi fosse esterno e sensibile a cui riferire que' globi. Che se in quello spazio si disponessero de' corpi lontani, i quali conservassero tra di loro la data disposizione, nel modo appunto che stanno le stelle fisse nelle regioni celesti, non si potrebbe dalla traslazione de' globi relativa tra que' corpi ricavare se a questi o a quelli il moto avesse da attribuirsi. Ma badando al filo,

quan-

quando e' si trovasse la di lui tensione essere quella medesima che richiede il moto de' globi (*f*), si potrebbe concludere a questi appartenere il moto, e che i corpi stessero fermi; e allora poi dalla traslazione de' globi tra i corpi si potrebbe dedurre la direzione del moto. A dedurre poi i moti veri dalle cause, effetti, e apparenze loro, e di contro dai moti veri e apparenti le cause loro & effetti, s'insegnerà diffusamente nel seguito. Imperciocche questo è proprio il fine per cui ho fatto il seguente trattato.

XLV. (*a*) Il Tempo e la Durata è la quantità dell' esistenza attuale o possibile delle cose. Un moto che dura due anni ha maggior esistenza di quello che dura un anno. Ancora, poichè io ho l' idea dell' attuale esistenza delle cose, nulla mi repugna perch' io non concepisca, se tutte le cose fossero in un tratto distrutte, possibile la loro esistenza: e perciò se tra i corpi che esistono vi fosse un globo, il quale si rivolgesse intorno al proprio asse con

moto equabile, e tutte le cose venissero in un tratto a essere annichilate, e poi dopo quell' annichilamento fossero rigenerate di nuovo, non sarebbe un discorso assurdo o improprio il dire, che prima che tutte le cose fossero rigenerate, se quel globo di materia non fosse anch' egli stato distrutto, avrebbe potuto compiere quattro rivoluzioni, e chiamando per esempio una di queste rivoluzioni un anno, che il tempo dell' universal distruzione è durato quattr' anni. Così è giusta la definizione del Tempo, che lo caratterizza la quantità dell' esistenza delle cose attuale o possibile.

Come l' idea dell' esistenza s' acquista per mezzo de' sensi, così anche quella del tempo.

XLVI. Il tempo si misura paragonando l' esistenza, di cui si vuol sapere la quantità, o la durata, con un' esistenza della quale il principio e la fine sono noti, e della quale quella è in qualchè modo moltiplice, o summoltiplice.

Dunque ogni misura del tempo è relativa; nè v' è del tempo, come di tutte l' altre cose, una misura assoluta.

XLVII. Le parti del tempo si succedono l' une all' altre perpetuamente et equabilmente; perchè l' esistenza attuale o possibile è un' affezione dell' ente attuale o possibile, che non ha interruzione, e non ammette grado: imperciocchè una cosa o è, o non è.

XLVIII. Nulla per virtù propria si fa dal nulla; ma qualche cosa esiste; dunque v' è qualchè

cosa,

cosa, la cui esistenza non ha avuto principio. Da questa considerazione si forma un'idea astratta e generica di un tempo che fluisce perpetuamente, et equabilmente senza relazione ad alcuno oggetto esterno *in particolare*, e di cui i limiti non sono assegnabili. Questo è quello che può chiamarsi Tempo assoluto; et è un concetto puramente mattematico, e non esiste fuori della nostra mente.

XLIX. Ogni esistenza che ha un principio e un fine noto e assegnabile è un tempo; e la medesima ripetuta quante volte occorra equivale a qualsivoglia tempo dato. In questo modo il moto equabile circolare è la misura esatta di qual si voglia tempo dato. Ma di questi moti perfettamente equabili in natura non se ne conoscono; perciò per la misura del tempo comune ci serviamo di quelli che più ad una tal perfezione s'accostano; e per le faccende civili tanto ne basta. Così il tempo, che il Sole partendosi dal meridiano di un luogo della terra occupa per ritornarvi, si chiama un giorno, e i giorni si tengono per uguali comunemente. Ma poichè e' non sono perfettamente tali gli Astronomi, paragonando i giorni comuni al giorno del tempo assoluto, e conosciuta la differenza, rilevano il tempo vero, cioè sanno quante volte un tempo che si cerca è realmente moltiplice, o summoltiplice d'un tempo, di cui i limiti sono assegnati.

L. Io

L. Io non so se oltre la materia vi siano altre sostanze dotate dell'estensione per parti: comunque siasi non si prova che distrutti i corpi l'estensione necessariamente sussista. Tutti gli argumenti in favore di così fatta opinione si riducono a questo discorso. Supposti distrutti tutti i corpi è possibile ad una mente qualunque siasi assegnare due punti, la di cui distanza potrebbe essere da una data misura corporea occupata. Questo concetto vuol dire che la distruzione attuale de' corpi non m'impedisce di concepire una relazione di distanza qual si voglia, come anche di concepire possibile l'esistenza d'un corpo d'un'estensione data: et il concetto sussiste benissimo ancora che distrutti i corpi ogni estensione rimanga annullata; imperciocchè il nulla non ha attributi, e un nulla d'estensione non resiste all'esistenza d'un ente esteso et impenetrabile. Che s'e' si voglia dire, che poichè il nulla non resiste, se tra que' due punti che io ho assegnato nulla vi è veramente, vi può dunque entrare un corpo di qualunque misura data, io ripeto che que' due punti sono un mio concetto, et hanno nel mio concetto una distanza vera e limitata, cioè a dire che assegnando i due punti, io ho assegnato già la misura dell'estensione del corpo, ch' io voglio concepire esistente.

LI. L'idea dello Spazio è un'idea che nasce nella mente nostra da quella della relazione

di

di distanza che passa tra corpo e corpo, e da quella della grandezza e solidità de' medesimi corpi. Poichè i corpi sono impenetrabili, tra un corpo et un altro o e' non ve ne può stare un terzo, e i corpi diconsi al contatto, o e' ve ne può stare alcuno d'una grandezza data, e i corpi sono distanti. Dalla possibilità dunque di capirvi tra un corpo e l'altro un corpo d'una grandezza data, io concepisco l'idea d'un'estensione per tutte e tre le dimensioni, e questa separandola colla mia mente dall'idea della solidità e degli altri attributi del corpo, la chiamo lo spazio che passa fra que' due corpi. Quanto poi il corpo che fra que' due può capire è più grande, cioè quanto più è moltiplice o meno summoltiplice di un corpo, dell'estensione del quale io mi servo per misura dell'estensione di tutti gli altri corpi, o sia alla grandezza del quale io riferisco tutte le altre grandezze, tanto maggiore dico esser lo spazio da que' due corpi intercetto. Parimente, perchè il corpo è impenetrabile, mi viene in capo di pensare, che se un corpo per esempio è dieci volte moltiplice della mia misura, esclude colla propria esistenza l'esistenza per esempio di dieci cubi di altra materia, la quale abbia contemporaneamente tutta e in tutte le sue parti la medesima relazione di distanza con un punto, che se non altro io imagino nello stesso corpo; e considerando una tale estensione senza aver

ri-

riguardo agli altri attributi, che nella materia le vanno congiunti, la chiamo lo Spazio che occupa il corpo. Così lo Spazio potrebbe ragionevolmente definirsi la quantità dell' estensione delle cose impenetrabili attuali o possibili.

LII. Dalla considerazione universale di tutte le distanze attuali e possibili passo poi a formare un' idea astratta di un' estensione per tutte e tre le dimensioni, di cui i limiti non sono assegnabili. Immobili sono tutte le sue parti contemporaneamente una accanto dell' altra esistenti. E questo è quello che può chiamarsi lo spazio assoluto; concetto, siccome il tempo assoluto, puramente mattematico, e che fuori della nostra mente non ha esistenza reale.

LIII. L' idea del luogo s' acquista quasi nel modo stesso, che quella dello spazio. Io imagino o entro me stesso, o dove mi pare, un punto fisso. Un corpo che si move con moto progressivo non vuol dir altro, che un corpo, il quale dotato d' una sollecitazione muta la sua relazione di distanza a questo punto: e quindi nasce l' idea di tre distanze, una dal punto fisso a un punto preso nel corpo prima del moto, che io m' immagino non seguitare il moto del corpo; una dal medesimo punto fisso a un punto preso nel corpo dopo il moto, e una dall' uno all' altro di que' due punti. Quindi l' idea di due grandezze uguali al corpo, una che conserva intorno al punto preso

nel

nel corpo avanti al moto la medesima posizione che aveva il corpo stesso, et una intorno al punto preso nel corpo dopo del moto, la quale io mi figuro esservi stata innanzi dell'arrivo del corpo, e intorno a quel punto aver tenuto la medesima posizione che ha il corpo. In queste grandezze riguardo solamente l'estensione, e prescindo colla mia mente da ogni altro attributo della materia, e chiamo la prima il Luogo dal corpo abbandonato, e chiamo la seconda il Luogo dallo stesso occupato. Ancora dall'idea di quelle tre distanze si sveglia l'idea dello spazio, del quale quelle due grandezze sono una parte; e perciò definisco il Luogo la parte dello spazio, che occupa il corpo.

LIV. Quando io non so d'avere in me una forza attiva per movermi, e veggo gli oggetti esterni mutare rispetto a me le distanze loro, io dico che gli oggetti si muovono. Quindi è che io non posso formare l'idea del moto senza concepire un punto fisso a cui riferire le mutazioni delle distanze. Questo discorso è vero, non tanto rispetto al moto progressivo, quanto anche rispetto al circolare; perchè il solo asse del corpo che gira sta fermo, e tutte le sue parti si movono, e le distanze loro rispetto del punto fisso variano continuamente. Perciò l'idea del moto e quella del luogo sono così connesse, che sebbene il moto si definisca per la mutazione, che fa il corpo del

proprio luogo (X.), e così definito s'intenda perfettamente, ciò non ostante non si può determinare l'anteriorità dell'una o dell'altra di queste due idee, le quali pare piuttosto che contemporaneamente si formino, e si sviluppino, dandosi vicendevolmente l'una coll'altra la mano.

Io ho creduto per dichiarare il senso, che alle voci tempo, spazio, luogo, moto dovea attribuirsi, essere necessario di seguire le tracce della nostra mente, in formarsi le idee che con quelle voci si vogliono dare ad intendere, affine di ben distinguere la realità delle cose da certi enti di ragione, che tali a prima vista non ci compariscono, perchè con essi siamo fino dall'infanzia familiarizzati, e la mente umana per la facilità ch'ell'ha a servirsi de' medesimi come di campione ne' paragoni delle grandezze di tutte le specie, quasi naturalmente, e senza applicarvi una determinata avvertenza se gli compone.

(*b*) Il tempo assoluto si considera come la durata di una qualchè cosa che sempre esiste (XLVIII.). A questo si riferisce l'esistenza di tutte l'altre cose, la quale ha un principio et un fine. Per intendersi quando si parla della quantità del tempo assoluto, che compete alla durata di qualchè fenomeno particolar di natura, si dice che questa è tante volte moltiplice o summoltiplice della durata di un qualchè moto (XLIX.). Dunque acciò possa

farsi

farsi questo discorso, bisogna che la durata di quel moto sia partita in parti uguali e sensibili, e che quel moto si ripeta continuamente, sempre uguale a se stesso, in un modo che a' nostri sensi apparisca. Che poi non vi sia un moto di tal natura, o ch' e' non ve ne sia alcuno, ciò farà bensì che noi non abbiamo un campione, a cui la durata delle cose paragonare; ma nulla influisce sulla durata medesima delle cose.

(c) *Se la superficie interna del vaso, che nella descritta esperienza circolarmente si move, fosse perfettamente levigata, e perfettamente circolari fossero le sezioni del vaso parallele al fondo, il fluido che in esso si contiene non si moverebbe punto, e moversi al contrario del vaso apparirebbono i galleggianti sopr' a quel fluido. Altrimenti egli accade che i lati del vaso girando intorno al fluido fermo, le asprezze e prominenze loro incontrino negli elementi del fluido che sono a contatto un ostacolo al moto, sicch' eglino comunichino loro tanta della propria forza da superarlo. Non importa che la velocità, che negli elementi del fluido ne succede, sia uguale a quella che hanno i lati, poichè l'urto non è diretto* (XX. XXI. caso I.), *e così quelli si scansano obliquamente, come dalle leggi che si dimostreranno del moto composto apparirà. Gli elementi tocchi da' lati del vaso comunicano a' vicini del loro moto, e così questi successivamente ai più prossimi, infino all' asse del moto del vaso; e la ve-*

locità, che ne nasce in principio per tale comunicazione andando verso l'asse del moto è sempre minore di quella che vi vuole, perchè tutto il fluido contemporaneamente si mova per cerchj concentrici; di modo che gli elementi suoi si dispongona dal centro verso la periferìa in forma non di raggj di cerchio, ma d'archi spirali. I lati del vaso continuando a comunicare del loro moto agli elementi che toccano successivamente fino che le velocità de' medesimi, e degli stessi lati sianosi fatte uguali, vi vuole un tempo considerabile acciò tutto il fluido contenuto si mova di moto circolare, e con velocità in tutti gli elementi suoi alla distanza dall' asse del moto proporzionale. Intanto che ciò si fa, e che il fluido va acquistando una velocità maggiore verso la periferìa, anche la pressione delle colonne del fluido va diventando in proporzione minore, quanto più dall' asse del moto le son lontane, il che per leggi del moto composto si dimostra chiaro, nè d'una tal proporzione, fino che l'aumento del moto circolare abbia aggiunto il suo stato, la diminuzione s'arresta. Per la qual cosa conviene che per le leggi dell' Idrostatica il fluido infino a quel momento vada crescendo d'altezza più e più, crescendo il moto, quanto più dall' asse del moto si scosta, e che nell' asse del moto si faccia il centro d'una superficie concava. Ella differisce di poco dalla superficie del cono, che ha il suo apice in un punto preso nell' asse del moto, tanto al di sotto del pelo dell' acqua avanti il

mo-

moto, quanta è la metà della linea che esprime la massima diminuzione della pressione alla circonferenza, et altrettanto al di sopra del medesimo pelo la base,

(*d*) Quando si dice il tempo d'un anno s'intende la durata d'un periodo della terra; e quando si dice che una qualchè cosa ha durato un anno, o dieci anni s'intende che la sua durata è stata uguale a quella d'un tal periodo, o della stessa dieci volte moltiplice (XLV. XLVI.).

Quando si dice un cubo di spazio si applica la mente a un cubo di materia, e prescindendo da tutti i di lei attributi, et alla sola estensione ponendo mente, si considera che quella estensione potrebbe appartenere a una parte di materia qual si voglia, che avesse quella misura (LI). Per la qual cosa chiedendo dieci cubi di spazio voto, null'altro vuolsi ottenere, se non che per l'impenetrabilità della materia non sia impedita l'esistenza d'un solido di quella misura. Lo spazio intercetto tra due corpi, lo spazio inchiuso in un corpo, è la misura del corpo, che per l'impenetrabilità della materia può stare fra due corpi dati, o può essere da un dato corpo abbracciato.

Un corpo che tiene dieci piedi cubi di luogo, è un corpo che colla propria esistenza esclude in virtù dell'impenetrabilità un solido d'altra materia, la cui misura è decupla d'un piede cubo (LIII). Un

Un corpo che ſta fermo, o ſia che non muta luogo, è quello tra 'l quale, e ciaſcuno di due punti fiſſi che io imagino può ſtare ſempre la medeſima quantità di eſtenſione impenetrabile. Un corpo che ſi muove o ſia che muta luogo è quello, tra 'l quale, e uno almeno de' due punti fiſſi da me imaginati può ſtare una quantità di eſtenſione impenetrabile, la di cui miſura varia continuamente (LIV).

Ciaſcuno eſamini attentamente ſe ſteſſo, e veda ſe queſte non ſono le idee che gli ſi preſentano alla mente, quando proferiſce le parole Tempo, Spazio, Luogo, Moto. Se così è, tale è il ſenſo che a tali parole ſi annette comunemente. La difficoltà ſta nello ſviluppare et eſprimere l' idee ond' ei reſulta, perchè uſati, come noi ſiamo, a concepirle in compleſſo e confuſamente, penoſo è troppo l' analizzarle e diſtinguerle con preciſione, e mancano ancora i termini con che ſpiegare altrettanto chiari, e definiti i concetti dell' animo.

(*e*) Poichè la forza centripeta tanto è più grande quanto la velocità circolare è maggiore, e viceverſa (XXXVI.), la tenſione del filo che connette due corpi che girano intorno al centro comune di gravità, è l' indizio della velocità delle loro rivoluzioni.

Di due globi che girano intorno al centro comune di gravità, le facce, o piuttoſto i punti alterni ſono quelli che ſi congiungono da una retta, che ſega l' altra che paſſa pe' centri

de'

de' globi, mentre le rette, che congiungono ciascuno de' detti punti col centro del proprio globo son paralle tra loro. Quindi è che i punti alterni o sono ugualmente opposti, ovvero ugualmente cospiranti alla direzione del moto de' globi. Tra tutte le forze che s' imprimono in un corpo che già si move, l' effetto di quella che s' imprime per la medesima direzione del di lui moto è maggiore dell' effetto di tutte l' altre, che per le direzioni cospiranti s' imprimono, siccome quando si parlerà de' moti composti si scorgerà. Ma nel caso de' globi tra le facce alterne le posteriori sono quelle, alle quali le forze che loro s' imprimono perpendicolari, vanno per la medesima direzione del moto de' globi; dunque imprimendo forze uguali in varj punti alterni de' globi, si troverebbono quelli, ne' quali la velocità che ne succedesse fosse la massima: e così si scoprirebbono le facce posteriori, e le anteriori, e la direzione del moto.

(*f*) Qui si vuol di lontano far travedere il modo di dedurre da' moti celesti le leggi della universal gravità.

LV. Avendo di sopra parlato d' un tempo, e d' uno spazio assoluto, siccome concetti di quantità, a cui è impossibile alla mente di assegnare un termine, sembra a proposito in questo luogo di dichiarare il senso che alla voce Infinito pare doversi attribuire, e generalmente parlando quello che intorno alle quanti-

ti-

tità, le quali chiamansi comunemente infinite, può ragionevolmente pensare il Filosofo; tanto più che questo servirà poi di schiarimento a'fondamenti, e all'uso del più grande de' metodi mattematici, che al conoscimento conduca delle astratte, e delle Fisiche verità,

La parola Infinito è una parola usata ordinariamente per ispiegare una quantità, di cui non può la mente concepire limite alcuno. Io non parlo in questo luogo dell' abuso che se ne fa per esprimer con enfasi le quantità sommamente grandi, o quelle che non possono misurarsi co' sensi, e che diconsi solo impropriamente infinite. Il volgo dice, che il tempo passato, e 'l tempo avvenire è infinito, e che infinito è lo spazio Celeste, perch' ei non può concepire limitata nè l' idea che egli ha della durata delle cose attuale o possibile, nè l' idea astratta e certamente comune a tutti gli uomini dell' estensione. Io non mi dilungo punto dal di lui senso, e definisco infinita ogni quantità reale o imaginaria, alla cui natura repugna di avere un limite. Così io veggo che qualchè cosa è stata sempre, e mi formo l' idea astratta d' una durata innanzi a me, sulle tracce della quale rivolgendosi indietro il mio spirito si perde senza trovare una ragion d' arrestarsi. Nello stesso modo, perchè qualche cosa esisterà sempre, io non posso all' idea ch' io mi formo della durata avvenire possibile mettere un limite, al di là del quale la medesima cessi.

E così

E così anche quand'io considero l'estensione io veggo un'altezza; una largezza, una profondità, e l'idea di queste dimensioni s'aumenta rapidamente a mio talento nel mio concetto; e s'io volessi fermare un termine, oltre del quale un tal concetto mio non avesse da progredire, non mi sarebbe possibile.

Ma ho io con tutto ciò l'idea d'una quantità infinita attualmente coesistente? L'idea dell' infinito nel modo che gli uomini sono capaci di formarla, è l'idea d'una quantità che va continuamente in aumento senza fine. L'infinito pertanto è una cosa che si fa sempre e non è mai fatta, perchè il fatto ha un termine, & è una quantità finita. Io dico per esempio che io non so se 'l numero de' corpi celesti sia infinito. Ma che cosa siamo noi capaci d'intendere con una tale espressione, se non che se noi incominciassimo a percorrere lo spazio senza arrestarsi mai, noi non sappiamo se de' nuovi corpi sempre ci comparissero dinanzi agli occhi? Abbiamo noi l'idea per questo d'una quantità di materia infinita? Altra idea noi non abbiamo se non che di varie misure che noi concepiamo della materia, delle quali non ve n'è una sì grande, ch'e' non se ne possa concepire una maggiore: e perciò tutte le idee di ciascheduna di quelle misure sono idee di quantità finite.

Repugna in termini alla definizione dell'infinito che una quantità sia infinita, e possa concepirsene nel tempo stesso un'altra maggiore: imperciocchè ogni aumento suppone un termine, al di là del quale si faccia. Così tutti i paragoni precipitano che tralle quantità infinite vorrebbono farsi.

Ciò posto vi son elleno in natura delle forze infinite realmente esistenti, siccom' e' sembra che molti e non volgari de' fisici abbian per certo? Io per me, siccome quello che professo non avere altra idea dell'infinito che quella espressa di sopra, e che è un'idea meramente negativa, non posso a meno di non dichiarare liberamente che io non so che cosa sia una forza naturale infinita, e meno intendo gli effetti suoi i quali parrebbono dovere essere tutti infiniti. Ei mi par bene che se tutte le forze di natura fussero infinite, e' non vi sarebbe una forza maggiore d' un' altra, e ch' io non posso indovinare quello che del mondo avess'a accadere; e che se altre fussero infinite, altre finite, cessa ogni paragone, perchè niuno ve n' ha tra una quantità finita & una infinita; il finito non è parte dell'infinito, siccome il bianco non è parte del nero; dal finito non v' è passaggio all' infinito, perchè per quanto tu cresca il finito, non altro che una quantità finita puoi mettere insieme; & ei non sembra in ogni modo che questi due concetti siano con-

concetti di quantità omogenee tra loro. Quello che della forza della percossa, e della supposta attrazion del contatto possa ragionevolmente discorrersi, l' esamineremo a suo tempo.

Ma la materia resiste invincibilmente alla compenetrazione: non v'è pertanto in natura una forza maggiore di quella resistenza; ella è dunque la materia d'una forza infinita dotata per resistere alla compenetrazione. Il peso di questa difficoltà pare che nell' abuso consista della parola forza. S'è dimostrato (IX.) esser d'essenza della materia, che nel luogo, dov'è una quantità di materia finch' ella v'è, altra che quella che v'è, non vi può stare: che se così non fusse la materia cesserebbe di essere tale. Non s'è mai detto esser ella dotata d'una forza attiva, non ch'ella ogni altra quantità di materia dal luogo ch'ell' occupa attualmente.

Nel senso che per noi prendesi la voce infinito, hanno anche inteso d'usarla gli antichi geometri, quando per esempio dicevano lo spazio asintotale essere infinito. Altro ei non volsero con tale espressione significare, se non che e la curva e l'asintoto potea prolungarsi, e crescersi pertanto lo spazio asintotale, senza poter trovare una ragion d'arrestarsi. Ma e' non credettero mai poter concepire uno spazio asintotale infinito siccome un oggetto reale, e di considera-

zione, e di rapporti, e di proporzione capace.

Diſſero anche gli antichi che le ordinate agli aſintoti erano minori di qualunque aſſegnabile. Così anche chiamarono lo ſpazio tra una curva & un poligono inſcritto o circoſcritto compreſo. Ei non volſero anche con queſta eſpreſſione intendere altro, ſe non che data una retta qual ſi voglia, e' ſi può tanto e la curva e l'aſintoto prolungare, che l'ordinata all'aſintoto le ſia minore; e parimente che, dato un qual ſi voglia ſpazio, e' ſi può tanto moltiplicare i lati del poligono inſcritto o circoſcritto alla curva, che lo ſpazio compreſo ſi faccia più piccolo dell' aſſegnato. In queſto ſenſo quell'eſpreſſione ſignifica l'idea d'una verità, che coſta per mattematica dimoſtrazione.

I moderni poi pare che per una quantità minore di ogni aſſegnabile abbiano inteſo quella, di cui non ſe ne può aſſegnare una minore, e l'hanno chiamata altrimenti un infinitamente piccolo, & hanno detto infinita eſſere di queſto la proporzione al finito. Sia detto con buona pace de'grandi uomini della geometria ſommamente benemeriti, a'quali una tal metafiſica ha fatto illuſione; ma di queſte eſpreſſioni la prima involve una contradizione in termini, la ſeconda non penſo che abbia veruno ſignificato. Ogni quantità è quella di cui ſi può aſſegnare una metà,

tà, un terzo, un quarto, un ottavo, un sedicesimo, e così in infinito, cioè senza arrestarsi giammai. Questa è l'unica idea della quantità. Quantità dunque senza parti, o senza minore, è una contradizione in termini. L'idea d'una cosa che non ha parti [illegible] seguenza di ciò distrugge l'idea della [illegible] perchè tra la quantità e 'l nul[illegible] termine, una cosa che [illegible] minore di ogni as[illegible] de' moderni,

Dunque una forza infinitamente piccola, un' estensione infinitamente piccola, un tempo infinitamente piccolo, son tutti termini che come insignificanti, o suscettibili di assurde interpetrazioni, sembrano doversi dalla fisica eliminare. Quando delle proporzioni delle quantità nascenti & evanescenti, o sia delle prime & ultime ragioni averemo a parlare, i veri fondamenti del calcolo delle flussioni appariranno. Perchè poi in pratica il calcolo Leibniziano torna più comodo, avendo prima mostrato il principio delle false posizioni di ch' egli si serve, noi non ci guarderemo più dall' esprimerci in adoperandolo co' termini tecnici del medesimo.

Costa per tutto il detto fin quì, che l' infinito attualmente coesistente, ch' e' s' è dalla natura delle cose create eliminato, appartiene a quelle quantità, che hanno parti, e sono suscettibili di divisione, aumento, e decremento, nè ha che fare coll' infinità della Causa creatrice di tutte le cose. Quegli che può tutto il possibile in se, cioè tutto ciò che non ammette contradizione come l' essere e 'l non essere, quegli è in tutti gli attributi suoi veramente infinito.

IL FINE.